

---

tion in the face of a significant decrease in loans from foreign banks and investments from abroad. A high concentration of the Russian market in raw materials was established – mining and enrichment of iron ores; production of coke and oil products; mining of non-ferrous metal ores, etc. The position of the government of the Russian Federation as a net creditor, stimulating the emergence of organizations related to state administration and military security, and dooming the activities of households to liquidation is highlighted. The presented studies develop the competence of members of the Russian government in assessing the structural possibilities of economic growth and the choice of methods and directions of development. It is shown that the structural possibilities of the Russian economy, limited by a highly concentrated commodity market and the government's position as a net creditor, orient the Ministry of Finance and the Central Bank of the Russian Federation to stimulate the activity of development institutions.

*Keywords:* highly concentrated market, investment goods, household funds, commodities, net creditor.

*Classification JEL:* E17, E20, E29, E44.

*For reference:* Smirnov V.V. (2022). Analysis of the structural possibilities of the Russian economy. *Economics of Contemporary Russia*, no. 3 (98), pp. 36–46. DOI: 10.33293/1609-1442-2022-3(98)-38-46

*Manuscript received 16.01.2022*

---

## ОЦЕНКА ВКЛАДА НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА В РЕАЛЬНЫЙ ВВП РОССИИ

*В. А. Бывшев*

**DOI:** 10.33293/1609-1442-2022-3(98)-46-64

В работе обсуждается оценка вклада научно-технологического прогресса в реальный валовой внутренний продукт (ВВП) России. Инструментом этой оценки служит производственная функция национальной экономики. В работе построены два варианта производственной функции экономики России, которые успешно прошли все принятые в эконометрике диагностические процедуры. В первом варианте в набор объясняющих факторов, таких как уровень основного капитала, количество живого труда, цена нефти, индикатор дефолта России, мировой финансовый кризис и санкции западных стран, включен индекс научно-технологического прогресса (НТП). Во втором варианте производственной функции индекс НТП отсутствует. Схема построения производственной функции состоит из двух этапов. На первом этапе схемы осуществляется оценивание статистических моделей производственной функции с обязательным тестированием гипотезы о коинтегрированности нестационарных временных рядов логарифмов уровней ВВП России, уровней основного капитала и живого труда и уровней цены нефти. На втором этапе схемы исследована стабильность оценок производственной функции, вычисленных по разным обучающим выборкам, и оценена точность ex-post прогнозирования. На втором этапе схемы построения производственной функции модель с индексом НТП показала более высокую точность постфактум прогнозирования. Это обстоятельство в сочетании с результатом проверки статистической гипотезы о на-

---

© Бывшев В. А., 2022 г.

*Бывшев Виктор Алексеевич*, доктор технических наук, профессор, Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия; [VByvshev@fa.ru](mailto:VByvshev@fa.ru)

личии в экономике России научно-технического прогресса позволило оценить его вклад в реальный ВВП: при прочих равных условиях научно-технический прогресс увеличивает годовой реальный ВВП России примерно на 0,6%.

*Ключевые слова:* производственная функция национальной экономики, факторы производства, эластичность валового внутреннего продукта по затратам основного капитала и живого труда, временной ряд, функция Кобба–Дугласа, модель адаптации экономики России к санкциям, индекс научно-технического прогресса, вклад научно-технического прогресса в реальный ВВП России.

*Классификация JEL:* C22

*Для цитирования:* Бывшев В.А. (2022). Оценка вклада научно-технологического прогресса в реальный ВВП России // Экономическая наука современной России. № 3 (98). С. 46–64. DOI: 10.33293/1609-1442-2022-3(98)-46-64

## ВВЕДЕНИЕ

К задаче построения производственной функции экономики современной России обращались многие авторы (Бессонов, 2002, 2004; Афанасьев, Пономарева, 2014, 2020, 2021; Афанасьев, 2008, 2009; Буравлев, 2012; Кирилук, 2013; Копотева, Черный, 2011; Светуньков, Абдуллаев, 2010). В качестве аналитической основы принималась, как правило (Афанасьев, 2008, 2009; Афанасьев, Пономарева, 2014, 2020, 2021; Буравлев, 2012; Кирилук, 2013), известная мультипликативная степенная функция Кобба–Дугласа как наиболее простая и удобная для оценивания и интерпретации (Клейнер, 1986). Оценивание параметров производственной функции любой национальной экономики всегда осуществлялось (и всегда будет осуществляться!) по таким временным рядам, как: 1) ВВП страны  $Y_t$ ; 2) основной капитал (основные фонды)  $K_t$ ; 3) живой труд  $L_t$ , и, возможно; 4) цены углеводородов (конкретно нефти)  $p_t$  (Афанасьев, Пономаре-

ва, 2014, 2020; Кирилук, 2013). Временные ряды  $(Y_t, K_t, L_t, p_t)$  являются нестационарными, поэтому в процессе оценивания методом наименьших квадратов (МНК) параметров производственной функции в ситуации некой интегрируемости временных рядов  $(Y_t, K_t, L_t, p_t)$  легко попасть в известную ловушку ложной регрессии (Вербик, 2008). В ситуации ложной регрессии МНК-оценки параметров модели оказываются несостоятельными, а стандартные тесты – некорректными (Hamilton, 1994). Это обстоятельство, как правило, упускается из виду, и гипотеза о коинтегрированности не тестируется.

Процедура построения производственной функции экономики России начинается с тестирования коинтегрируемости временных рядов, участвующих в оценивании ее параметров (первый этап построения), а заканчивается полным тестированием оцененной статистической модели производственной функции и ex-post прогнозированием (второй этап построения). Игнорирование первого этапа чревато ложной регрессией, а игнорирование последнего этапа нередко приводит к неверной интерпретации свойств оцененной производственной функции, например, к выводу, что производственная функция обладает постоянством отдачи от масштаба производства, в то время как это свойство у функции отсутствует. По данной схеме в этой работе построены два варианта производственной функции экономики России. Необходимая статистическая информация заимствована из статьи (Афанасьев, Пономарева, 2021), где тщательно обоснована труднодоступная объективная информация об уровнях использованного основного капитала  $K_t$  в России. В качестве аналитической основы принята мультипликативная степенная функция Кобба–Дугласа (Cobb, Douglas, 1928), которая до настоящего времени постоянно используется при моделировании различных объектов макроэкономики (Акаев, Садовничий, 2016; Aghion, Howitt, 2009; Romer, 2012; Романовский, Романовский, 2012; Суворов и др., 2020).

## 1. ОБОЗНАЧЕНИЯ, ПРЕДПОСЫЛКИ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Символом  $Y_t$  обозначим реальный ВВП, созданный в национальной экономике на отрезке времени  $t$  при существующих в стране технологиях и уровнях факторов производства  $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt})$ . Математическая модель (1), объясняющая переменную  $Y_t$  переменными  $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt})$ , называется производственной функцией национальной экономики:

$$Y_t = F(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}). \quad (1)$$

Традиционно основными факторами производства считаются основной капитал (здания, оборудование) и труд. Их уровни обозначим по традиции символами  $K_t$  и  $L_t$  соответственно. К основным факторам производства в настоящее время принято также относить человеческий капитал  $H_t$  (уровень интеллектуальной способности, знаний, практических навыков и здоровья работников) и природное богатство, уровень которого обозначим  $NW_t$ . Этот уровень, очевидно, медленно меняется с ходом времени, и его полагаем постоянной величиной.

Человеческий капитал  $H_t$  оказывает воздействие на уровень выпуска продукции  $Y_t$  в процессе труда. В фундаментальной работе (Solow, 1956) влияние переменных  $H_t$  и  $L_t$  на уровень выпуска продукции моделируется произведением  $E_t \cdot L_t$ . Здесь  $E_t$  – экзогенно (вне модели) заданный уровень эффективности живого труда. Рост переменной  $E_t$  с ходом времени означает экзогенный трудосберегающий научно-технический прогресс, или кратко НТП. Динамику эффективности живого труда удобно моделировать экспоненциальной функцией времени (Там же):

$$E_t = E_{t-1}(1 + g) = E_0 e^{gt}. \quad (2)$$

Здесь символом  $g$  обозначен темп прироста (в долях) переменной  $E_t$  за такт времени (обычно за год).

*Замечание.* Помимо трудосберегающего НТП в экономической теории рассматриваются капиталосберегающий НТП и нейтральный НТП (по Хиксу). В случае капиталосберегающего НТП его влияние на уровень выпуска продукции  $Y_t$  моделируется произведением  $E_t \cdot K_t$ . Здесь  $E_t$  – экзогенно (вне модели) заданный уровень эффективности основного капитала. Рост переменной  $E_t$  с ходом времени также принято моделировать экспоненциальной функцией времени (2). Наконец, в ситуации нейтрального НТП производственная функция национальной экономики задается уравнением

$$Y_t = E_0 e^{gt} F(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}).$$

Подчеркнем, что в случае производственной функции Кобба–Дугласа все три подхода эквивалентны.

Отметим, что экзогенное влияние НТП на уровень ВВП можно равносильно моделировать при помощи индекса научно-технического прогресса  $STP_t = e^{gt}$ , включая эту переменную в уравнение (1) в набор факторов производства, объясняющих  $Y_t$ , что и делается многими исследователями (Кирилук, 2013; Копотева, Черный, 2011).

На уровень ВВП современной России оказывают существенное влияние цены углеводородов (и конкретно цена нефти  $p_t$ ). По этой причине исследователи производственной функции России резонно интерпретируют цену нефти как одного из основных факторов производства и включают переменную  $p_t$  в уравнение производственной функции экономики России (Афанасьев, Пономарева, 2021; Афанасьев, 2008, 2009; Афанасьев, Пономарева, 2014, 2020; Буравлев, 2012; Кирилук, 2013).

Резюмируя, запишем уравнение (1) производственной функции России сначала в общем виде  $Y_t = F(K_t, L_t, STP_t, p_t)$ , а затем примем в качестве функции  $F$  удобную для работы степенную мультипликативную функцию Кобба–Дугласа (Афанасьев, Пономарева, 2014, 2020; Кирилук, 2013):

$$Y_t = Ae^{\gamma t} K_t^\alpha L_t^\beta p_t^\delta. \quad (3)$$

Постулируя неизменность во времени коэффициентов  $(A, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$  функции (3), отметим их смысл. Константа  $A$  именуется коэффициентом совместной производительности факторов производства, и ее значение зависит от выбранных единиц измерения аргументов функции (3). Константы  $(\alpha, \beta, \delta)$  – это значения эластичности переменной  $Y_t$  соответственно по переменным  $(K_t, L_t, p_t)$ ; так,  $\delta$  – относительное изменение  $Y_t$  (%) в ответ на относительное увеличение  $p_t$  на 1%. Совсем другой смысл имеет коэффициент  $\gamma$ : это относительное изменение  $Y_t$  (в долях!) за каждую единицу времени (например, за год), так что  $\gamma$  – это вклад в темп прироста  $Y_t$  научно-технологического прогресса. Позже (см. (11)) спецификация (3) будет расширена показателем дефолта России в 1998 г., мирового финансового кризиса 2009 г. и санкций западных стран.

После логарифмирования уравнения (3) и добавления ненаблюдаемого случайного возмущения  $\xi_t$  возникает статистическая модель производственной функции России:

$$\ln Y_t = \ln A + \gamma t + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \delta \ln p_t + \xi_t. \quad (4)$$

Качество оценок  $(\tilde{A}, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\delta})$  параметров  $(A, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$  статистической модели (4) решающим образом зависит от свойств временных рядов  $(\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t)$ , по которым эти оценки будут вычислены. Если эти ряды стационарные (принадлежат классу  $I(0)$ ), то оценки окажутся состоятельными (Вербик, 2008). Если же данные ряды нестационарные (конкретно принадлежат классу  $I(1)$ ), то возможны две ситуации. В первой ситуации временные ряды  $(\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t)$  коинтегрированы (имеют общий стохастический тренд (Hamilton, 1994)), и тогда оценки  $(\tilde{A}, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\delta})$  окажутся сверхсостоятельными. Сверхсостоятельность оценок проявляет себя в быстрой стабилизации их значений по мере увеличения объема выборки, по которой они вычисляются. Кроме того, коинтеграция вре-

менных рядов сгладит влияние ошибок спецификации модели в ее трендово-стационарной части (Вербик, 2008). Так, коинтеграция не сгладит влияние, возможно, неверной гипотезы  $H_0$  (см. (5)) о постоянстве отдачи производственной функции (3) от масштаба производства в нестационарной части спецификации:

$$H_0: \alpha, \beta \in (0, 1); \alpha + \beta = 1, \quad (5)$$

но сгладит влияние, возможно, неверной гипотезы  $H_0$  (см. (6)) об отсутствии НТП в национальной экономике:

$$H_0: \gamma = 0. \quad (6)$$

Во второй ситуации ряды  $(Y_t, K_t, L_t, p_t)$  некоинтегрированы, и тогда оценки  $(\tilde{A}, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\delta})$ , вычисленные методом наименьших квадратов по статистической модели (4), окажутся несостоятельными, а все стандартные тесты в оцененной статистической модели (4) – некорректными (Hamilton, 1994). В ситуации некоинтегрированных временных рядов приходится статистическую модель (4) трансформировать к статистической модели (7) со стационарными рядами относительных изменений переменных модели (4):

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} = \gamma + \alpha \frac{\Delta K_t}{K_{t-1}} + \beta \frac{\Delta L_t}{L_{t-1}} + \delta \frac{\Delta p_t}{p_{t-1}} + \xi_t. \quad (7)$$

Оценивание модели (7) приведет к состоятельным оценкам параметров только в ситуации некоинтегрированных нестационарных временных рядов  $(\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t)$ ; если же эти ряды коинтегрированы, то оценки параметров модели (7) окажутся несостоятельными, а тесты в оцененной модели (7) – некорректными (Engle, Granger, 1987). Получается, что тестирование гипотезы о коинтегрированности временных рядов  $(\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t)$  является обязательной частью построения производственной функции национальной экономики!

Построение производственной функции экономики России будем осуществлять по статистической информации (табл. 1), за-

имствованной из работы (Афанасьев, Пономарева, 2021). В табл. 1 приняты обозначения:  $Y_t$  – реальные уровни ВВП в ценах 1990 г.;  $K_{нт}$  – вычисленные по данным Росстата и методике (Афанасьев, Пономарева, 2021; Афанасьев, 2008) среднегодовые уровни основного капитала в ценах 1990 г.;  $Z_t$  – процент загрузки основного капитала в году  $t$  (Афанасьев, Пономарева, 2021);  $K_t$  – уровни фактически использованного основного капитала, вычисленные по правилу  $K_t = K_{нт} Z_t$ , где величина  $Z_t$  выражена в долях;  $L_t$  – численность занятых в экономике;  $p_t$  – цена нефти в ценах 2010 г.

## 2. ПЕРВЫЙ ЭТАП ПОСТРОЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ – УТОЧНЕНИЕ СПЕЦИФИКАЦИИ И ТЕСТИРОВАНИЕ КОИНТЕГРАЦИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Первое действие в тестировании гипотезы о коинтеграции временных рядов

$$(x_{1t} = \ln Y_t, x_{2t} = \ln K_t, \\ x_{3t} = \ln L_t, x_{4t} = \ln p_t)$$

Таблица 1

Уровни временных рядов, использованных для построения производственной функции экономики России

Год	Y, млрд р.	K, млн р.	Z, %	K (факт.), млрд р.	L, млн р.	P, долл. / бар.
1990	644	1 871 649	100	1871,65	75,325	28,65
1991	612	1 957 288	100	1957,29	73,848	24,5
1992	523	2 009 054	73	1466,61	72,071	23,14
1993	478	2 030 396	74	1502,49	70,852	19,72
1994	417	2 014 984	61	1229,14	68,484	18,91
1995	400	1 995 229	60	1197,14	66,441	18,57
1996	386	1 983 823	54	1071,26	65,95	22,9
1997	391	1 967 098	54	1062,23	64,639	22,22
1998	371	1 953 216	55	1074,27	63,642	15,48
1999	394	1 953 747	62	1211,32	63,963	22,1
2000	434	1 962 932	66	1295,54	64,517	35,54
2001	456	1 976 006	69	1363,44	64,98	31,89
2002	477	1 993 845	70	1395,69	65,574	32,99
2003	512	2 015 564	73	1471,36	65,979	36,24
2004	549	2 040 209	74	1509,75	66,407	45,05
2005	584	2 074 736	76	1576,8	66,792	62,07
2006	632	2 119 496	78	1653,21	67,174	72,72
2007	686	2 169 707	80	1735,77	68,019	76,18
2008	722	2 229 842	77	1716,98	68,474	94,95
2009	665	2 292 706	65	1490,26	67,463	64,13
2010	695	2 350 079	72	1692,06	67,577	79,64
2011	725	2 416 816	78	1885,12	67,727	99,97
2012	750	2 499 424	79	1974,54	67,968	101,61
2013	760	2 581 327	78	2013,44	67,901	99,21
2014	765	2 644 159	77	2036,00	67,813	91,59
2015	744	2 673 133	75	2004,85	68,389	53,65
2016	742	2 696 319	77	2076,17	68,43	46,98
2017	753	2 730 170	79	2156,83	68,127	55,91
2018	771	2 762 511	78	2154,76	68,016	70,01
2019	781	2 853 595	79	2254,34	67,388	64,37

состоит в проверке для каждого из этих рядов гипотезы единичного корня, т.е. гипотезы

$$H_0 : x_{it} \sim I(1), \tag{8}$$

что ряд  $x_{it}$  является нестационарным рядом из класса  $I(1)$ . Гипотеза (8) против альтернативы

$$H_1 : x_{it} \sim I(0) \tag{9}$$

исследуется тестом Дики–Фуллера (Fuller, 1996), который запрограммирован в функции  $adf.test(x_{it}, k)$  статистического приложения R. Ниже (табл. 2) приведены результаты теста Дики–Фуллера при  $k = 2$  гипотезы (8) для временных рядов  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$ , реализации которых вычислены по данным табл. 1. Согласно табл. 2, принимаем гипотезу (8), что временные ряды  $(\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t)$  принадлежат классу  $I(1)$ .

Теперь можно сделать второй шаг в исследовании их коинтеграции. Перед вторым шагом отметим, что коинтеграции временных рядов  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  визуальное проявляет себя определенной схожестью геометрии графиков их реализаций (рис. 1).

На графике  $\ln Y$  видны три локальных минимума: в год дефолта России ( $t = 1998$ ), в год мирового финансового кризиса ( $t = 2009$ ) и в год ввода санкций западных стран ( $t = 2015$ ). Эта информация позволяет уточнить спецификацию производственной функции экономики России путем подходящего вклю-

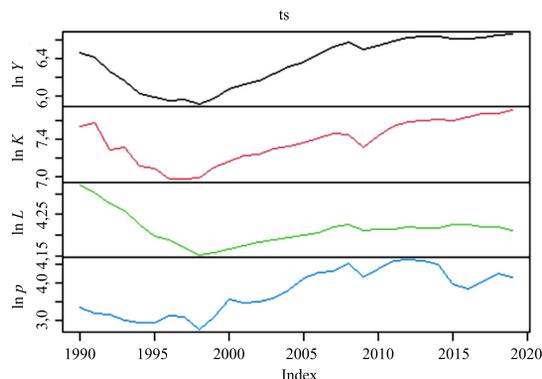


Рис. 1. Графики временных рядов  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$

чения в ее уравнение фиктивной переменной  $dcs_t$  (индикатора дефолта, кризиса, санкций):

$$dcs_t = \begin{cases} 1 & \text{при } t = 1998, 2009, 2015; \\ 0,74 & \text{при } t = 2016; \\ 0,55 & \text{при } t = 2017; \\ 0,41 & \text{при } t = 2018; \\ 0,30 & \text{при } t = 2019; \\ 0 & \text{при других } t \in [1990, 2019]. \end{cases} \tag{10}$$

Принятые на временном промежутке с 2015 по 2019 г. значения фиктивной переменной  $dcs_t$  моделируют, в частности, адаптацию экономики России к санкциям согласно модели

$$dcs_t = \exp(-0,3(t - 2015)). \tag{11}$$

Например,

$$dcs_{2016} = \exp(-0,3(2016 - 2015)) = 0,74.$$

Учтем (10) в спецификация (3):

$$Y_t = Ae^{\gamma(t-1990)} e^{\theta dcs_t} K_t^\alpha L_t^\beta p_t^\delta.$$

Соответствующая этому уравнению статистическая (регрессионная) модель имеет спецификацию

$$\ln Y_t = \ln A + \gamma(t - 1990) + \theta dcs_t + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \delta \ln p_t + \varepsilon_t. \tag{12}$$

Таблица 2  
Результаты исследования гипотезы (8)

Временной ряд	Статистика теста Дики–Фуллера	Величина p-value	Решающее правило (уровень значимости $\alpha = 0,05$ )
$\ln Y_t$	-8146	0,26	Гипотеза (8) принимается
$\ln K_t$	-3,16	0,13	Гипотеза (8) принимается
$\ln L_t$	-3,18	0,12	Гипотеза (8) принимается
$\ln p_t$	-1,28	0,85	Гипотеза (8) принимается

Если ряды  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  в модели (12) коинтегрированы, то регрессия (12) именуется коинтегрированной, если же ряды некоинтегрированы, то регрессия (12) оказывается ложной. Модель (12) необходима для осуществления второго шага проверки гипотезы о коинтеграции входящих в нее нестационарных временных рядов. Второй шаг состоит из двух действий.

*Действие 1.* Параметры модели (12) оцениваются методом наименьших квадратов. Ниже приведен протокол (13) оценивания МНК параметров модели (12), выполненного по данным табл. 1 в статистическом приложении R.

Call:  
lm(formula = lnY ~ t.1990 + dcs + lnK +  
+lnL + ln p, data = n data). (13)

Residuals:				
Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.033065	-0.015413	0.003255	0.011406	0.033960

Coefficients:				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>  t )
(Intercept)	-6.062923	0.782336	-7.750	5.51e-08***
t.1990	0.006514	0.001878	3.469	0.001990**
dcs	0.071176	0.015866	4.486	0.000153***
LNK	0.328926	0.063026	5.219	2.39e-05***
LNL	2.173706	0.282619	7.691	6.29e-08***
LNp	0.192935	0.013998	13.784	6.75e-13***

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1.  
Residual standard error: 0,01927 on 24 degrees of freedom.  
Multiple R-squared: 0.9954, Adjusted R-squared: 0.9944.  
F-statistic: 1038 on 5 and 24 DF, p-value: < 2.2e-16.

Используя протокол (13), запишем оценку МНК модели (12):

$$\ln Y_t = -6,0629 + 0,0065(t - 1990) + 0,071 dcs_t + 0,33 \ln K_t + 2,17 \ln L_t + 0,19 \ln p_t + \varepsilon_t;$$

$$\tilde{\sigma}_\varepsilon = 0,019; \quad (14)$$

$$t = 1990, 1991, \dots, 2019.$$

Отметим смысл величины  $\tilde{\sigma}_\varepsilon = 0,019$ . Это стандартная относительная ошибка (в долях) прогнозов  $\tilde{Y}_t$  по модели (14). Другими

словами, можно ожидать, что относительная средняя квадратическая ошибка прогноза  $\tilde{Y}_t$  по модели (14) составит примерно 2%.

*Действие 2.* Вычисляются остатки  $e_t = \tilde{\varepsilon}_t$  в оцененной модели (14), и по остаткам  $e_t$  тестируется гипотеза  $H_0$  (см. (15)), что случайное возмущение  $\varepsilon_t$  в модели (12) является нестационарным рядом  $I(1)$ :

$$H_0 : \varepsilon_t \sim I(1). \quad (15)$$

Если гипотеза (15) отклоняется в пользу альтернативы

$$H_1 : \varepsilon_t \sim I(0), \quad (16)$$

что временной ряд  $\varepsilon_t$  стационарный, то временные ряды  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  в модели (12) интерпретируются как коинтегрированные и оцененная модель (14) признается корректной (коинтегрирующей регрессией). Если же принимается гипотеза (15), то временные ряды  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  признаются некоинтегрированными и модель (14) интерпретируется как ложная регрессия.

Отметим, что в ситуации коинтегрирующей регрессии (14) сможем корректно проверить  $t$ -тестом гипотезу (6) об отсутствии в национальной экономике НТП на временном промежутке  $t = 1990, 1991, \dots, 2019$ .

Ниже исследуем гипотезу (15) тестом коинтегрирующей регрессии Дарбина–Уотсона (Banerjee et al., 1993). Тест коинтегрирующей регрессии Дарбина–Уотсона исследует (внимание!) гипотезу (16) против альтернативы (15).

Вычисляем остатки  $e_t$  в оцененной модели (14), строим при помощи функции `tsdisplay(e_t)` график временного ряда  $e_t$ , а также (попутно) графики оценок его автокорреляционной функции ( $ACF$ ) и частной автокорреляционной функции ( $PACF$ )/

Отметим, что графики, представленные на рис. 2, позволяют интерпретировать временной ряд  $e_t$  как белый шум, т.е. как заведомо стационарный ряд. Исследуется, однако, стационарность ряда  $\varepsilon_t$ , поэтому вычисляем статистику  $DW$  теста Дарбина–Уотсона коинтегрирующей регрессии:

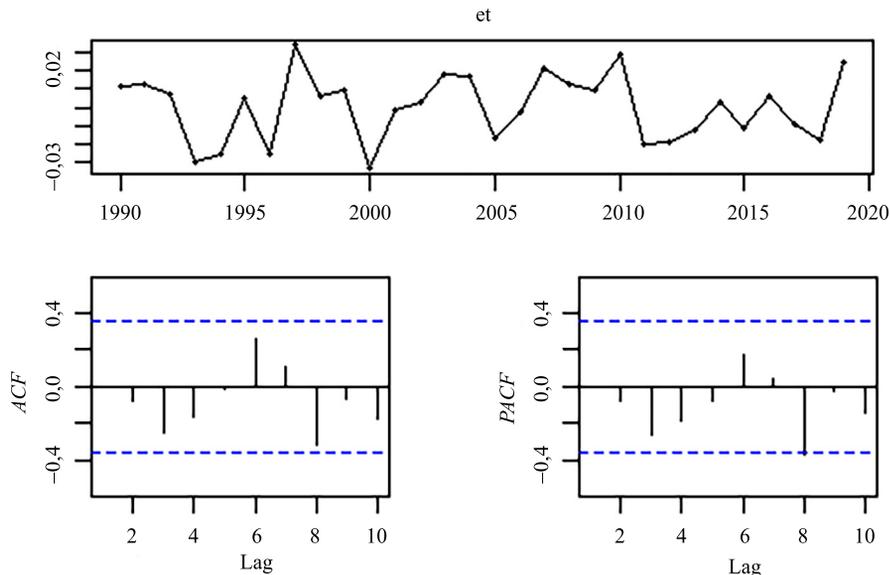


Рис. 2. Графики остатка  $e_t$  в модели (14) и его функциональных характеристик  $ACF$  и  $PACF$

$$DW = \frac{\sum_{t=1991}^{t=2019} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1990}^{t=2019} (e_t)^2} = 2,0178. \quad (17)$$

Вот протокол вычисления  $DW$  в  $R$ :

```
Durbin-Watson test
data: trdmodel
DW = 2,0178, p-value = 0,2392
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0.
```

Критические значения статистики  $DW$  при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  приведены в работе (Banerjee et al., 1993) и представлены ниже в табл. 3.

Непосредственно воспользоваться данными табл. 3 не сможем по двум причинам. Во-первых, число наблюдений (см. табл. 1), по которым получена оцененная модель (14), равно  $n = 30$ , во-вторых, в модели (14) присутствует  $M = 6$  переменных. Придется осуществить биквадратичную экстраполяцию данных из табл. 3. Сначала при каждом фиксированном значении  $M = 2, 3, 4, 5$  выполним экстрапо-

ляцию значений  $DW_{cr}$  назад (на  $n = 30$ ), используя полиномы второго порядка; получим значения соответственно 0,903; 1,11; 1,30; 1,46 (см. столбец  $n = 30$  в табл. 4).

Затем осуществим экстраполяцию вперед (на  $M = 6$ ) значений  $DW_{cr}$ , полученных для  $n = 30$ , используя аппроксимирующий полином второго порядка; график этого полинома показан на рис. 3.

В итоге получим искомое критическое значение  $DW_{cr} = 1,60$  статистики  $DW$  теста Дарбина-Уотсона коинтегрирующей регрессии. Поскольку вычисленное значение (17) статистики  $DW$  критерия гипотезы (16) пре-

Таблица 3  
Критические значения  $DW_{cr}$  статистики  $DW$  гипотезы (16)

Общее число $M$ переменных (включая $y_t$ ) в модели	Число наблюдений $n$		
	50	100	200
2	0,72	0,38	0,20
3	0,89	0,48	0,25
4	1,05	0,58	0,30
5	1,19	0,68	0,35

Таблица 4  
Биквадратичная экстраполяция данных из табл. 3

M	Число наблюдений n			
	30	50	100	200
2	<i>0,903</i>	0,72	0,38	0,20
3	<i>1,11</i>	0,89	0,48	0,25
4	<i>1,30</i>	1,05	0,58	0,30
5	<i>1,46</i>	1,19	0,68	0,35
6	<i>1,60</i>			

Примечание: курсивом отмечены величины, рассчитанные автором статьи.

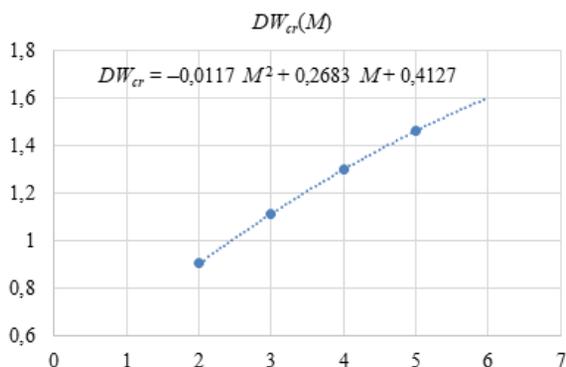


Рис. 3. Биквадратичная экстраполяция критических значений статистики DW теста коинтегрирующей регрессии

вышает величину  $DW_{cr} = 1,60$ , то принимаем гипотезу (16), т.е. интерпретируем оцененную модель (14) как коинтегрирующую регрессию, и принимаем гипотезу, что временные ряды  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  коинтегрированы.

Первый этап методики построения производственной функции (уточнение ее спецификации и процедура тестирования коинтеграции временных рядов  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$ ) завершен. Добавим, что модель (14) успешно прошла все стандартные тесты, как то:

1) тест Жарке–Бера (Jarque–Bera) гипотезы о нормальном законе распределения случайного возмущения  $\varepsilon_t$  в модели (12); вот протокол этого теста

Jarque Bera Test  
data: et  
X-squared = 0.99478, df = 2, p-value = 0.6081;

2) тест Reset правильности спецификации, вот протокол этого теста:

RESET test  
data: trdcmodel  
RESET = 0.15628, df1 = 1, df2 = 23, p-value = 0.6963;

3) тест Брейша–Пагана (Breusch–Pagan) условной гомоскедастичности  $\varepsilon_t$ , вот протокол этого теста:

bptest(trdcmodel)  
studentized Breusch–Pagan test  
data: decode  
BP = 6,8948, df = 5, p-value = 0,2286.

Следовательно, любые стандартные тесты о параметрах модели (12) будут корректными. В первую очередь нас интересует вопрос о существовании научно-технологического прогресса (НТП) в экономике России на временном промежутке  $t = 1990, 1991, \dots, 2019$ . Ответ на этот вопрос будет положительным, если удастся отклонить гипотезу (6) об отсутствии НТП на данном временном промежутке.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ ГИПОТЕЗЫ О НАЛИЧИИ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА В ЭКОНОМИКЕ РОССИИ И ОЦЕНИВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ВАРИАНТА СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЕЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

В коинтегрирующей регрессии можно осуществлять стандартные тесты с трендово-стационарными объясняющими переменными (Дэвидсон, Мак-Киннон, 2018). Исследуем  $t$ -тестом гипотезу (6), означающую, что в России на временном промежутке  $t = 1990, \dots, 2017$ . отсутствовал НТП. Статистка  $t = 3,47$  критерия этой гипотезы находится в протоколе (13). При справедливой гипотезе (6) эта статистика имеет распределение Стьюдента с числом степеней свободы  $df = 24$ . Зададимся стандартным уровнем значимости  $\alpha = 0,05$ . Отметим,

что результат проверки гипотезы (6) не зависит от выбранной альтернативы. Если принять альтернативу

$$H_1: \gamma \neq 0, \tag{19}$$

то на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотеза (6) отвергается как противоречащая реальным данным (это видно из протокола (13), где величина  $p$ -value = 0,00189). Если же выбрать альтернативу о наличии в экономике России НТП

$$H_1: \gamma > 0, \tag{20}$$

то гипотеза (6) на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  тем более отклоняется в пользу (20), поскольку в ситуации (20) критическая область гипотезы (6) является промежутком (1,71,  $+\infty$ ) и статистика  $t = 3,47$  уверенно попадает в эту область.

**Вывод.** Имеем объективное основание утверждать, что в экономике России присутствует НТП и при прочих равных условиях вследствие НТП реальный ВВП России возрастает в год примерно на 0,65%.

**Замечание.** Из протокола (13), однако, видно, что оценка  $\tilde{\gamma} = 0,006514 \approx 0,0065$  темпа прироста НТП в экономике России определилась не в полной мере надежно (визуальным сигналом являются две (а не три) звездочки). Как быть? Правильным решением является сохранение до окончательной проверки двух вариантов модели: оцененной модели (14) и оценки следующей спецификации статистической модели, не содержащей индекса НТП:

$$\ln Y_t = \ln A + \theta dcs_t + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \delta \ln p_t + \varepsilon_t. \tag{21}$$

### 3.1. Оценивание статистической модели (21)

Ниже приведен протокол оценивания МНК параметров модели (21), выполненного по данным табл. 1 в статистическом приложении R:

Call:  
lm(formula = LNY ~ dcs + LNK + LNL + LNp,  
data = ndata)

Residuals:				
Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.051897	-0.013968	-0.001543	0.014141	0.047529

Coefficients:				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-3.86513	0.55093	-7.016	2.36e-07***
dcs	0.10848	0.01400	7.746	4.21e-08***
LNK	0.51077	0.04200	12.160	5.40e-12***
LNL	1.32769	0.17142	7.745	4.22e-08***
LNp	0.22325	0.01313	17.008	2.97e-15***

Residual standard error: 0.02314 on 25 degrees of freedom  
Multiple R-squared: 0.9931, Adjusted R-squared: 0.992.  
F-statistic: 898.5 on 4 and 25 DF, p-value: < 2.2e-16.

Используя этот протокол, запишем оценку статистической модели (21):

$$\ln Y_t = -3,86 + 0,1085 dcs_t + 0,511 \ln K_t + 1,33 \ln L_t + 0,22 \ln p_t + \varepsilon_t;$$

$$t = 1990, 1991, \dots 2019;$$

$$\tilde{\sigma}_\varepsilon = 0,0231. \tag{22}$$

Отметим смысл величины  $\tilde{\sigma}_\varepsilon = 0,0231$  – это стандартная относительная ошибка (в долях) прогнозов  $\hat{Y}_t$  по модели (22). Другими словами, можно ожидать, что средняя квадратическая ошибка прогноза  $\hat{Y}_t$  по модели (22) составляет примерно 2,3%.

С оценкой (22) еще раз осуществим второе действие проверки коинтеграции временных рядов  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$ , привлекая теперь два альтернативных теста: тест Дарбина–Уотсона коинтегрирующей регрессии и тест Дики–Фуллера с уточненной критической областью статистики гипотезы (15). Еще раз подчеркнем, что при справедливой гипотезе (15) модель (22) должна быть признана ложной регрессией.

Вычисляем остатки  $e_t$  в оцененной модели (22), строим (рис. 4) при помощи функции `tsdisplay(e_t)` график временного ряда  $e_t$ , а также (попутно) графики оценок его автокорреляционной функции (ACF) и частной автокорреляционной функции (PACF). Отметим, что графики, представленные на рис. 4,

позволяют интерпретировать временной ряд  $e_t$  остатков в модели (22) как белый шум, т.е. как заведомо стационарный ряд. Исследуется, однако, стационарность ряда  $\varepsilon_t$  в спецификации (21), поэтому вычисляем статистику  $DW$  теста Дарбина–Уотсона (см. (23)) коинтегрирующей регрессии.

$$DW = \frac{\sum_{t=1991}^{t=2019} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1990}^{t=2019} (e_t)^2} = 2,1414. \quad (23)$$

Вот протокол вычисления  $DW$  в R.

```
Durbin-Watson test
data: dmodel
DW = 2.1414, p-value = 0.4125. (24)
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0.
```

Число переменных в модели (21)  $M = 5$ , число наблюдений, по которым вычислена оценка (22),  $n = 30$ . Из ранее подготовленной табл. 4 выбираем критическое значение  $DW_{cr} = 1,46$ . Поскольку  $DW = 2,1414 > DW_{cr} = 1,46$ , то гипотеза (16) уверенно принимается как непротиворечащая реальным

данным, т.е. интерпретируем оцененную модель (22) как коинтегрирующую регрессию, и вновь принимаем гипотезу, что временные ряды  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  коинтегрированы.

Теперь, привлекая временной ряд  $e_t$  остатков в модели (22), исследуем гипотезу (15) тестом Дики–Фуллера с уточненной критической областью его статистики (Дэвидсон, Мак-Киннон, 2018). В тесте Дики–Фуллера оценивается МНК статистическая модель

$$e_t = a_0 + a_1 e_{t-1} + \xi_t \quad (25)$$

и проверяется гипотеза (15) против альтернативы (16). Статистика критерия гипотезы (15) рассчитывается по стандартному правилу (26). Критические значения  $DM(M; \alpha)$  этой статистики, вычисленные в работе (Дэвидсон, Мак-Киннон, 2018) для различных  $M$  и  $\alpha$ , представлены в (Магнус, Катышев, Пересецкий, 2004); так, например, при  $M = 5$  и  $\alpha = 0,05$  значение  $DM(5; 0,05) = -4,42$ :

$$Dickey-Fuller = \frac{\tilde{a}_1}{S(\tilde{a}_1)}. \quad (26)$$

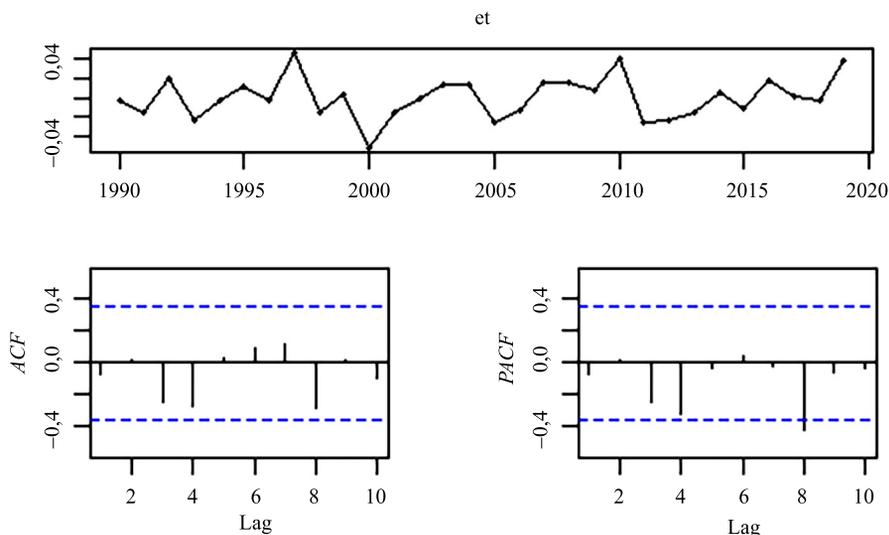


Рис. 4. Графики остатка  $e_t$  в модели (22) и его функциональных характеристик ACF и PACF

Гипотеза (15) отклоняется в пользу гипотезы (16), если справедливо неравенство

$$Dickey-Fuller < DM(M; \alpha). \quad (27)$$

Согласно протоколу теста Дики–Фуллера (28), статистика Dickey-Fuller = -5,5761 попала в критическую область Dickey-Fuller < -4,42, поэтому гипотеза (15) отклоняется в пользу гипотезы (16). Так что еще раз интерпретируем оцененную модель (22) как коинтегрирующую регрессию и вновь принимаем гипотезу, что временные ряды  $\ln Y_t, \ln K_t, \ln L_t, \ln p_t$  коинтегрированы:

```
Augmented Dickey-Fuller Test
data: et
Dickey-Fuller = -5.5761, Lag order = 0,
p-value = 0.01.
alternative hypothesis: stationary
Warning message:
In adf.test(et, k = 0): p-value smaller than printed p-value.
```

Добавим, что модель (22) успешно прошла все стандартные тесты, как то:

1) тест Жарке–Бера (Jarque–Bera Test) гипотезы о нормальном законе распределения  $\varepsilon_t$ , вот протокол этого теста:

```
Jarque–Bera Test
data: et
X-squared = 0.025076, df = 2, p-value = 0.9875;
```

2) Reset-тест правильности спецификации, вот протокол этого теста:

```
RESET test
data: dcmoel
RESET = 0.52038, df1 = 1, df2 = 24, p-value = 0.4776;
```

3) тест Брейша–Пагана (Breusch-Pagan) условной гомоскедастичности  $\varepsilon_t$ , вот протокол этого теста:

```
studentized Breusch-Pagan test
data: dcmoel
BP = 3.2204, df = 4, p-value = 0.5216.
```

*Замечание.* В коинтегрирующей регрессии можно осуществлять стандартные тесты с трендово-стационарными объясняющими переменными (Дэвидсон, Мак-Киннон, 2018). Из протоколов оценивания моделей (12) и (21) видно, что *t*-тест позволяет уверенно принять гипотезу

$$H_1 : \theta \neq 0 \quad (29)$$

о значимости индикатора  $dcs_t$  дефолта, мирового финансового кризиса и санкций для объяснения  $\ln Y_t$ . Быть может, вызывает определенное недоумение положительный знак оценки  $\hat{\theta} = 0,1057$  коэффициента  $\theta$  при переменной  $dcs_t$  (см. рис. 1, из которого кажется, что коэффициент  $\theta$  имеет отрицательный знак). Следующие правдоподобные рассуждения позволяют понять причину положительного знака оценки  $\hat{\theta}$ . Согласно спецификации (21), изменение

$$\Delta \ln Y_{2009} = \ln Y_{2009} - \ln Y_{2008} = -0,082$$

удовлетворяет уравнению:

$$\Delta \ln Y_{2009} = \theta + \alpha \Delta \ln K_{2009} + \beta \Delta \ln L_{2009} + \delta \Delta \ln p_{2009} + \Delta \varepsilon_{2009}.$$

Отсюда

$$\theta = \Delta \ln Y_{2009} - (\alpha \Delta \ln K_{2009} + \beta \Delta \ln L_{2009} + \delta \Delta \ln p_{2009} + \Delta \varepsilon_{2009}). \quad (30)$$

Можно было бы ожидать отрицательное значение коэффициента  $\theta$  в ситуации

$$\Delta \ln K_{2009} = \Delta \ln L_{2009} = \Delta \ln p_{2009} = 0.$$

Однако (см. табл. 1)

$$\Delta \ln K_{2009} = -0,14; \quad \Delta \ln L_{2009} = -0,015; \quad \Delta \ln p_{2009} = -0,39. \quad (31)$$

Коэффициенты  $(\alpha, \beta, \delta)$  и величина  $\Delta \varepsilon_{2009} = \varepsilon_{2009} - \varepsilon_{2008}$  в уравнении (30), конечно, неизвестны, но известны их наилучшие оценки:

$$\hat{\alpha} = 0,51; \quad \hat{\beta} = 1,33; \quad \hat{\delta} = 0,22;$$

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{2009} = e_{2009} - e_{2008} = 0,0038 - 0,0148 = -0,0110.$$

Подставим эти оценки и величины (31) в уравнение (30), в итоге получим приближенное равенство

$$\theta \approx -0,082 - (0,51(-0,14) + 1,33(-0,015) + 0,22(-0,39) - 0,0110) = 0,1062,$$

которое и поясняет положительный знак оценки  $\hat{\theta} = 0,1057$ .

Подведем промежуточный итог. Получены два равносильные варианта оценок (14) и (22) коинтегрирующих регрессий соответственно (12) и (21) производственной функции экономики России; оба варианта прошли все стандартные статистические тесты. Ниже на втором этапе методики построения производственной функции экономики России исследуем стабильность оценок коэффициентов этих вариантов и точность ex-post прогнозирования.

#### 4. ВТОРОЙ ЭТАП МЕТОДИКИ ПОСТРОЕНИЯ ВАРИАНТОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ ЭКОНОМИКИ РОССИИ: ИССЛЕДОВАНИЕ СТАБИЛЬНОСТИ ОЦЕНОК КОЭФФИЦИЕНТОВ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ EX-POST ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В этом разделе исследуем стабильность оценок коэффициентов статистических моделей (12) и (21) на обучающих выборках с промежутками соответственно [1990, 2000], [1990, 2003], [1990, 2006], [1990, 2009], [1990, 2012], [1990, 2015], [1990, 2018], а затем определим точность ex-post прогнозов ВВП России по двум вариантам производственной функции с полученными на этих выборках оценками коэффициентов. В табл. 5 и 6 представлены оценки коэффициентов, полученные на упомянутых обучающих выборках; в скобках указаны стандартные ошибки этих оценок. Рассматривая данные табл. 5 и 6, констатируем, что с ростом объема обучающей выборки происходит быстрая стабилизация оценок всех коэффициентов и в статистической моде-

ли (12), и в статистической модели (21). Так проявляет себя коинтегрированность временных рядов, по которым оценены данные модели! Однако отметим, что в модели (12) на выборке [1990, 2000] оценки  $\ln A$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{\beta}$  определились совершенно ненадежно, и причинами этого обстоятельства, скорее всего, являются незначительный объем обучающей выборки и отсутствие какого-либо НТП в экономике России на данном временном промежутке (развал СССР и т.п.). В пользу этой гипотезы свидетельствуют более надежные оценки коэффициентов в статистической модели (21) за тот же временной промежуток (см. табл. 6). Подчеркнем, что модель (21) отличается от модели (12) только отсутствием члена  $\gamma(t-1990)$ , моделирующего НТП.

Перейдем к расчету ex-post прогнозов значений  $Y_t$  и относительных ошибок прогнозов. В табл. 7 представлены относительные ошибки ex-post прогнозов ВВП России по производственной функции с уравнением

$$Y_t = A e^{\gamma(t-1990)} e^{\theta dcs_t} K_t^\alpha L_t^\beta p_t^\delta \quad (32)$$

и оценками коэффициентов из табл. 5. Отметим смысл ex-post прогнозов и их относительных ошибок на примере обучающей выборки на временном промежутке [1990, 2000]. Так, прогноз по правилу

$$\begin{cases} \ln \tilde{Y}_t = +1,883 - 0,0248(t-1990) + \\ + 0,08765 dcs_t + 0,506 \ln K_t - \\ - 0,022 \ln L_t + 0,258 \ln p_t; \\ \tilde{Y}_t = EXP(\ln \tilde{Y}_t) \end{cases}$$

вычисляется для каждого значения переменной времени  $t = 2001, 2002, \dots, 2019$ , и далее определяется относительная ошибка прогноза (%):

$$re_t = 100 \frac{\tilde{Y}_t - Y_t}{\tilde{Y}_t}. \quad (33)$$

Средние значения абсолютных величин  $re_t$  находятся в последней строчке табл. 7.

Таблица 5

Значения оценок коэффициентов в статистической модели (12) с индексом НТП

Обучающая выборка	$\widetilde{\ln A}$	$\tilde{\gamma}$	$\tilde{\theta}$	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\delta}$
[1990, 2000]	1,88 (5,0)	-0,025 (0,020)	0,088 (0,035)	0,506 (0,14)	-0,02 (1,38)	0,26 (0,07)
[1990, 2003]	-6,15 (2,1)	0,0075 (0,0069)	0,075 (0,034)	0,37 (0,11)	2,13 (0,66)	0,18 (0,06)
[1990, 2006]	-6,27 (1,65)	0,0085 (0,0056)	0,069 (0,028)	0,38 (0,09)	2,16 (0,50)	0,16 (0,046)
[1990, 2009]	-6,66 (1,20)	0,0095 (0,0046)	0,068 (0,02)	0,36 (0,069)	2,28 (0,38)	0,17 (0,042)
[1990, 2012]	-6,45 (1,1)	0,0080 (0,0040)	0,073 (0,020)	0,33 (0,071)	2,27 (0,36)	0,18 (0,039)
[1990, 2015]	-6,00 (0,89)	0,0059 (0,0026)	0,074 (0,018)	0,32 (0,066)	2,17 (0,31)	0,20 (0,023)
[1990, 2018]	-6,05 (0,78)	0,0061 (0,0019)	0,075 (0,016)	0,32 (0,063)	2,18 (0,28)	0,20 (0,015)
[1990, 2019]	-6,06 (0,78)	0,0065 (0,0019)	0,071 (0,016)	0,33 (0,063)	2,17 (0,28)	0,19 (0,014)

Таблица 6

Значения оценок коэффициентов в статистической модели (21) без индекса НТП

Обучающая выборка	$\widetilde{\ln A}$	$\tilde{\theta}$	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\delta}$
[1990, 2000]	-4,35 (0,96)	0,076 (0,035)	0,39 (0,11)	1,67 (0,37)	0,19 (0,05)
[1990, 2003]	-4,01 (0,90)	0,081 (0,034)	0,43 (0,10)	1,50 (0,33)	0,22 (0,05)
[1990, 2006]	-3,98 (0,70)	0,083 (0,028)	0,44 (0,085)	1,48 (0,28)	0,22 (0,026)
[1990, 2009]	-4,39 (0,59)	0,099 (0,017)	0,40 (0,073)	1,62 (0,23)	0,25 (0,017)
[1990, 2012]	-4,49 (0,61)	0,097 (0,018)	0,37 (0,073)	1,69 (0,23)	0,25 (0,017)
[1990, 2015]	-4,34 (0,57)	0,104 (0,014)	0,42 (0,057)	1,59 (0,20)	0,24 (0,015)
[1990, 2018]	-4,066 (0,55)	0,111 (0,014)	0,48 (0,046)	1,42 (0,18)	0,23 (0,013)
[1990, 2019]	-3,865 (0,55)	0,108 (0,014)	0,51 (0,042)	1,33 (0,17)	0,22 (0,013)

В табл. 8 представлены относительные ошибки (33) ex-post прогнозов ВВП России, вычисленных по производственной функции

$$Y_t = A e^{\theta dcs_t} K_t^\alpha L_t^\beta p_t^\delta \quad (34)$$

с оценками коэффициентов из табл. 6. Содержание табл. 7 и 8 с точностными характеристиками ex-post прогнозов позволяет сделать следующие выводы.

1. Точность ex-post прогнозов по модели с индексом НТП (12), оцененной на об-

учающей выборке [1990, 2000], неприемлемая (средняя относительная ошибка  $re \approx 41\%$ ). Это обстоятельство обусловлено совершенно ненадежными оценками  $\ln A$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{\beta}$  коэффициентов (см. табл. 5), а причинами данного обстоятельства, с одной стороны, является небольшой объем обучающей выборки (11 уравнений наблюдений при 6 определяемых коэффициентах) и, вероятно, отсутствие НТП (а скорее всего, присутствие научно-технического регресса) в экономике России на временном промежутке [1990, 2000] – развал СССР и т.п. В пользу этой версии свидетельствует существенно более высокая точность ex-post прогнозов по модели (21), оцененной по той же обучающей выборке [1990, 2000].

Точность ex-post прогнозов и по моделям с индексом НТП (12), и по модели без индекса НТП (21), оцененных по обучающим

выборкам [1990, 2003], [1990, 2006], [1990, 2009], [1990, 2012], [1990, 2015] и [1990, 2018], очень высокая и, что не менее важно, удовлетворительно согласуется со значениями средних квадратических относительных ошибок  $\hat{\sigma}_\varepsilon \approx 2\%$ , вычисленных в процессе оценивания по полной выборке [1990, 2019] моделей и с индексом НТП (12), и без индекса НТП (21). У модели с индексом НТП это согласие очень хорошее, у модели без индекса НТП заметно хуже.

3. Точность ex-post прогнозов по модели с НТП (12), оцененной по обучающим выборкам [1990, 2003], [1990, 2006], [1990, 2009], [1990, 2012], [1990, 2018], в среднем выше точности ex-post прогнозов по модели (21) без НТП, оцененной по тем же выборкам.

4. Истинные ошибки прогнозов по модели с индексом НТП, оцененной по обуча-

Таблица 7  
Относительные ошибки  $re_t$  (%) ex-post прогнозов ВВП России по производственной функции с индексом НТП (уравнение (32))

Год прогноза	Период обучающей выборки						
	[1990, 2000]	[1990, 2003]	[1990, 2006]	[1990, 2009]	[1990, 2012]	[1990, 2015]	[1990, 2018]
2001	-6,4						
2002	-11,8						
2003	-16,9						
2004	-19,9	-1,4					
2005	-17,8	1,8					
2006	-22,5	0,43					
2007	-31,4	-1,7	-2,2				
2008	-34,8	-1,1	-1,8				
2009	-38,5	-0,1	-0,8				
2010	-43,6	-2,3	-2,6	-1,4			
2011	-37,2	2,7	2,3	3,4			
2012	-41,5	2,9	2,6	3,7			
2013	-46,4	2,4	2,2	3,5	1,8		
2014	-53,4	1,2	1,3	2,6	0,6		
2015	-62,1	3,8	4,2	5,5	3,2		
2016	-72,4	2,0	2,9	4,2	1,4	-1,7	
2017	-71,0	3,4	4,2	5,6	2,7	-0,2	
2018	-71,5	4,4	5,0	6,5	3,7	1,1	
2019	-79,6	1,3	2,2	3,7	0,3	-2,7	-2,5
Средние из абсолютных значений $re_t$ (%)	41,0	2,1	2,6	4,0	2,0	1,4	2,5

Примечание: курсивом выделены средние значения абсолютных относительных ошибок.

Таблица 8

Относительные ошибки  $re_t$  (%) ex-post прогнозов ВВП России по производственной функции без индекса НТП (уравнение (31))

Год прогноза	Период обучающей выборки						
	[1990, 2000]	[1990, 2003]	[1990, 2006]	[1990, 2009]	[1990, 2012]	[1990, 2015]	[1990, 2018]
2001	-1,8						
2002	-3,2						
2003	-5,5						
2004	-6,3	-2,9					
2005	-3,7	0,67					
2006	-5,9	-0,86					
2007	-9,4	-4,1	-3,4				
2008	-9,7	-3,9	-3,1				
2009	-9,3	-4,5	-3,8				
2010	-12,3	-6,7	-5,9	-4,1			
2011	-7,1	-0,73	0,2	2,0			
2012	-7,9	-1,2	-0,3	1,4			
2013	-9,1	-2,4	-1,5	0,2	-0,1		
2014	-11,3	-4,6	-3,7	-2,3	-2,6		
2015	-10,1	-4,8	-4,0	-2,0	-2,6		
2016	-13,2	-8,1	-7,4	-6,2	-7,0	-5,3	
2017	-11,9	-6,2	-5,4	-4,4	-5,2	-3,5	
2018	-11,3	-5,0	-4,2	-2,9	-3,5	-2,1	
2019	-15,3	-8,7	-7,8	-7,2	-8,1	-6,3	-3,9
Средние из абсолютных значений $re_t$ (%)	11,7	4,1	3,9	3,3	4,2	4,3	3,9

Примечание: курсивом выделены средние значения абсолютных относительных ошибок.

ющим выборкам [1990, 2003], [1990, 2006], [1990, 2009], [1990, 2012], [1990, 2018], имеют как положительный, так и отрицательный знак, и это похоже на то, что прогноз  $\tilde{Y}_t$  по этой модели является несмещенным. Напротив, у прогноза  $\tilde{Y}_t$  по модели без индекса НТП ошибки в основном имеют отрицательный знак, что свидетельствует о смещенности прогноза, и эта смещенность обусловлена отсутствием индекса НТП.

и (34) производственной функции России имеют соответственно уравнения (35) и (36):

$$\tilde{Y}_t = 0,002328 e^{0,0065(t-1990)} e^{0,071 dcs_t} \cdot K_t^{0,33} L_t^{2,17} p_t^{0,19}; \quad (35)$$

$$\tilde{Y}_t = 0,02096 e^{0,108 dcs_t} K_t^{0,51} L_t^{1,32} p_t^{0,22}; \quad (36)$$

$t = 1990, 1991, \dots, 2019;$

$$dcs_t = \begin{cases} 1 & \text{при } t = 1998, 2009, 2015; \\ 0,74 & \text{при } t = 2016; \\ 0,55 & \text{при } t = 2017; \\ 0,41 & \text{при } t = 2018; \\ 0,30 & \text{при } t = 2019; \\ 0 & \text{при других } t \in [1990, 2019]. \end{cases} \quad (37)$$

## ВЫВОДЫ

1. Оцененные и протестированные по всей выборке (см. табл. 1) два варианта (32)

2. По точности и качеству ex-post прогнозов модель (35) с индексом НТП обладает преимуществом перед моделью (36), не содержащей индекса НТП.

3. В модели (35) величина  $\tilde{\gamma} = 0,0065$  – оценка темпа прироста индекса научно-технического прогресса. Имеем объективное основание утверждать, что в экономике России присутствует НТП и при прочих равных условиях вследствие НТП реальный ВВП России возрастает в год примерно на 0,6%.

4. Значения (37) фиктивной переменной  $dcs_t$  моделируют, в частности, согласно правилу (11), адаптацию экономики России к воздействию санкций западных стран.

5. Цена нефти является значащим фактором для объяснения ВВП России, и ее рост на 1% при прочих равных условиях увеличивает ВВП России примерно на 0,2%.

Системное моделирование социально-экономических процессов: труды 32-й Международной школы-семинара, Вологда, 5–10 октября 2009 г. / под ред. В.Г. Гребенникова, И.Н. Щепиной, В.Н. Эйтингона. Ч. 1. Воронеж: Издательско-полиграфический центр ВГУ. С. 93–97. [Afanasyev A.A. (2009). The production function of the Russian economy, taking into account the main funds of transport and communications in 1990–2007. *System modeling of socio-economic processes: Proceedings of the 32nd International School-Seminar, Vologda, October 5–10, 2009*. Ed. by V.G. Grebennikov, I.N. Shchepina, V.N. Eytingon. Part 1. Voronezh: Publishing and Printing Center of VSU, pp. 93–97 (in Russian).]

## Список литературы / References

Акаев А.А., Садовничий В.А. (2016). Замкнутая динамическая модель для описания и расчета длинной волны экономического развития Кондратьева // Вестник Российской академии наук. № 10. С. 883–896. [Akaev A.A., Sadovnichy V.A. (2016). A closed dynamic model for describing and calculating the long wave of Kondratiev's economic development. *Herald of the Russian Academy of Sciences*, no. 10, pp. 883–896 (in Russian).]

Афанасьев А.А. (2008). Производственная функция российской экономики в 1990–2007 гг. // Теория и практика институциональных преобразований в России. Вып. 1. М.: ЦЭМИ РАН. С. 12–17. [Afanasyev A.A. (2008). The production function of the Russian economy in 1990–2007. *Theory and practice of institutional transformations in Russia*. Iss. 1. Moscow: CEMI RAS, pp. 12–17 (in Russian).]

Афанасьев А.А. (2009). Производственная функция российской экономики с учетом основных фондов транспорта и связи в 1990–2007 гг. //

Афанасьев А.А., Пономарева О.С. (2014). Производственная функция народного хозяйства России в 1990–2012 гг. // Экономика и математические методы. Т. 50. № 4. С. 21–33. [Afanasyev A.A., Ponomareva O.S. (2014). The production function of the national economy of Russia in 1990–2012. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 50, no. 4, pp. 21–33 (in Russian).]

Афанасьев А.А., Пономарева О.С. (2020). Народнoхозяйственная производственная функция России в 1990–2017 г. // Экономика и математические методы. Т. 56. № 1. С. 67–78. [Afanasyev A.A., Ponomareva O.S. (2020). National economic production function of Russia in 1990–2017. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 56, no. 1, pp. 67–78 (in Russian).]

Афанасьев А.А., Пономарева О.С. (2021). Распространение уханьского коронавируса (SARS-COV-2) в России: макроэкономическая производственная функция с учетом мировой цены на нефть марки «Брент» // Проблемы рыночной экономики. № 1. С. 24–46. [Afanasyev A.A., Ponomareva O.S. (2021). The spread of Wuhan coronavirus (SARS-COV-2) in Russia: macroeconomic production function taking into account the world price of Brent crude oil. *Problems of Market Economy*, no. 1, 24–46 (in Russian).]

Бессонов В.А. (2002). Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике // Бессонов В.А., Цухло С.В.

- Анализ динамики российской переходной экономики. М.: Институт экономики переходного периода, с. 5–89. [Bessonov V.A. (2002). Problems of building production functions in the Russian transition economy. In: Bessonov V.A., Tsukhlo S.V. *Analysis of the dynamics of the Russian transitional economy*. Moscow: Institute of Economics of the Transition Period, pp. 5–89 (in Russian).]
- Бессонов В.А. (2004). О динамике совокупной факторной производительности в российской переходной экономике // Экономический журнал ВШЭ. Т. 8. № 4. С. 542–587. [Bessonov V.A. (2004). On the dynamics of aggregate factor productivity in the Russian transition economy. *HSE Economic Journal*, vol. 8, no. 4, pp. 542–587 (in Russian).]
- Буравлев А.И. (2012). Трехфакторная производственная модель Кобба–Дугласа // Экономика и управление: проблемы, решения. № 3. С. 13–19. [Buravlev A.I. (2012). Cobb–Douglas three-factor production model. *Economics and Management: Problems, Solutions*, no. 3, pp. 13–19 (in Russian).]
- Вербик М. (2008). Путеводитель по современной эконометрике. М.: Научная книга. 615 с. [Verbik M. (2008). A guide to modern econometrics. Moscow: Scientific book. 615 p. (in Russian).]
- Дэвидсон Р., Мак-Киннон Дж. (2018). Теория и методы эконометрики. М.: Дело. 936 с. [Davidson R., MacKinnon J.G. (2004). *Econometric theory and methods: text-book*. Oxford: Oxford University Press (in Russian).]
- Кирилюк И.Л. (2013). Модели производственных функций для российской экономики // Компьютерные исследования и моделирование. Т. 5. № 2. С. 293–312. [Kirilyuk I.L. (2013). Models of production functions for the Russian economy. *Computer Research and Modeling*, vol. 5, no. 2, pp. 293–312 (in Russian).]
- Клейнер Г.Б. (1986). Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика. 239 с. [Kleiner G.B. (1986). *Production functions: theory, methods, application*. Moscow: Finance and Statistics. 239 p. (in Russian).]
- Копотева А.В., Черный С.А. (2011). Применение модели Кобба–Дугласа для построения сценария посткризисного развития экономики // Вопросы экономических наук. № 6. С. 31–35. [Kopoteva A.V., Cherny S.A. (2011). Application of the Cobb–Douglas model to construct a scenario of post-crisis economic development. *Questions of Economic Sciences*, no. 6, pp. 31–35 (in Russian).]
- Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. (2004). Эконометрика. Начальный курс. 6-е изд., перераб. и доп. М.: Дело. 576 с. [Magnus Ya.R., Katyshev P.K., Peresetsky A.A. (2004). *Econometrics. The initial course*. 6th ed., reprint. and additional. Moscow: Delo. 576 p. (in Russian).]
- Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. (2012). Введение в эконофизику: статистические и динамические модели: учебник. 2-е изд., испр. и доп. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 338 с. [Romanovsky M.Yu., Romanovsky Yu.M. (2012). *Introduction to Econophysics: Statistical and dynamic models*. Textbook. 2nd edition, corr. and additional Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Research. 338 p. (in Russian).]
- Светульников С.Г., Абдуллаев И.С. (2010). Сравнительный анализ производственных функций в моделях экономической динамики // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. № 5. С. 55–66. [Svetunkov S.G., Abdullaev I.S. (2010). Comparative analysis of production functions in models of economic dynamics. *Izvestia of the St. Petersburg University of Economics and Finance*, no. 5, pp. 55–66 (in Russian).]
- Суворов Н.В., Ахунув Р.Р., Губарев Р.В., Дзюба Е.И., Файзуллин Ф.С. (2020). Применение производственной функции Кобба–Дугласа для анализа промышленного комплекса региона // Экономика региона. Т. 16. Вып. 1. С. 187–200. [Suvorov N.V., Akhunov R.R., Gubarev R.V., Dzyuba E.I., Fayzullin F.S. (2020). Application of the Cobb–Douglas production function for the analysis of the industrial complex of the region. *Economy of Region*, vol. 16, iss. 1, pp. 187–200 (in Russian).]
- Aghion P., Howitt P. (2009). *The economics of growth*. Cambridge (Mass.), London: The MIT Press. 495 p.

- Banerjee A., Dolado J., Gabaith J.W., Hendry D.F. (1993). Co-integration, Error-Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data. Oxford: Oxford University Press. 329 p.
- Cobb Ch.E., Douglas P.H. (1928). A theory of production. *The American Economic Review*, vol. 18, no. 1. Supplement, pp. 139–165.
- Engle R.F., Granger C.W.J. (1987). Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, no. 55, pp. 251–276.
- Fuller W.A. (1996). Introduction to Statistical Time Series. 2nd ed. New York: Wiley. 736 p.
- Hamilton J.D. (1994). Time Series Analysis. Princeton: Princeton University Press. 786 p.
- Romer D. (2012). Advanced macroeconomics. New York: McGraw-Hill. 716 p.
- Solow R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, February, pp. 65–94.

*Рукопись поступила в редакцию 16.07.2022 г.*

## ASSESSMENT OF THE CONTRIBUTION OF SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL PROGRESS TO THE REAL GDP OF RUSSIA

*V.A. Byvshev*

**DOI:** 10.33293/1609-1442-2022-3(98)-46-64

*Victor A. Byvshev*, Doctor of Technical Sciences, Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia; [VByvshev@fa.ru](mailto:VByvshev@fa.ru)

The paper discusses the assessment of the contribution of scientific and technological progress to the real gross domestic product (GDP) of Russia. The instrument of this assessment is the production function of the national economy. The paper presents two variants of the production function of the Russian economy, which have successfully passed all the diagnostic procedures adopted in econometrics. In the

first variant, the index of scientific and technological progress (STP) is included in the set of explanatory factors such as the level of fixed capital, the amount of live labor, the price of oil, the indicator of Russia's default, the Global Financial Crisis and sanctions of Western countries. In the second variant of the production function, there is no NTP index. The scheme of construction of the production function consists of two stages. At the first stage of the scheme, statistical models of the production function are evaluated with mandatory testing of the hypothesis of the cointegration of non-stationary time series of logarithms of Russia's GDP levels, fixed capital and living labor levels and oil price levels. At the second stage of the scheme, the stability of estimates of the production function calculated from different training samples was investigated, and the accuracy of ex-post forecasting was estimated. At the second stage of the production function construction scheme, the model with the NTP index showed higher accuracy of post-factum forecasting. This circumstance, combined with the result of testing the statistical hypothesis about the presence of scientific and technological progress in the Russian economy, made it possible to assess its contribution to real GDP: other things being equal, scientific and technological progress increases the annual real GDP of Russia by about 0,6%.

*Keywords:* production function of the national economy, factors of production, elasticity of gross domestic product in terms of fixed capital and living labor, time series, Cobb–Douglas function, the model of adaptation of the Russian economy to sanctions, index of scientific and technological progress, contribution of scientific and technological progress to the real GDP of Russia.

*Classification JEL:* C22.

*For reference:* Byvshev V.A. Assessment of the construction of scientific and technological progress to the real GDP of Russia. *Economics of Contemporary Russia*, no. 3 (98), pp. 46–64. DOI: 10.33293/1609-1442-2022-3(98)-46-64

*Manuscript received 16.07.2022*