

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ОПТИМИЗАЦИИ СРОКА СЛУЖБЫ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ С УЧЕТОМ ИХ НАДЕЖНОСТИ

С.А. Смоляк

DOI: 10.33293/1609-1442-2022-1(96)-45-55

Машина используется предприятием–участником рынка в непрерывном производственном процессе. При этом она может подвергнуться случайному отказу, что нанесет ущерб предприятию из-за прерывания процесса. После отказа машина выводится из эксплуатации и утилизируется. Со временем интенсивность отказов растет. В этих условиях предприятию оказывается выгодным устанавливать машине назначенный срок службы, по истечении которого (если не произошло отказа) она подлежит утилизации. Решается задача оптимизации такого срока. Обычно для ее решения в качестве критерия оптимальности используются либо средние затраты в единицу времени (включая и время на устранение последствий отказа), либо показатели надежности или иные показатели, не в полной мере отражающие коммерческие интересы владеющего машиной предприятия. Использование принципов и методов стоимостной оценки активов позволяет построить экономико-математическую модель, позволяющую рассчитать оптимальный назначенный срок службы машины и одновременно оценить рыночную стоимость выполняемых ею работ. При этом в данной задаче критерием оптимальности оказывается отношение ожидаемых дисконтированных затрат к ожидаемому дисконтированному объему работ (в единицах наработки), выполняемых машиной. При

использовании такого критерия стоимость предприятия, владеющего машиной, будет максимальной. Предложенная модель позволяет оценить и рыночную стоимость исправной машины, зная ее возраст. Приводится пример, в котором время безотказной работы машины имеет распределение Рэлея. Предложенный общий подход может быть использован как при решении других оптимизационных задач теории надежности, так и для практической стоимостной оценки некоторых видов машин и оборудования.

Ключевые слова: надежность, отказ, назначенный срок службы, критерий оптимизации, стоимостная оценка, принцип ожидания выгод.

Классификация JEL: C61, D46, D81.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Эта статья посвящена рассматриваемой в теории надежности задаче установления назначенного срока службы (термин ГОСТ 27.002-2015) техническим объектам, прежде всего, машинам и оборудованию. Оказывается, что обосновать критерий выбора оптимального такого срока помогает теория стоимостной оценки, а решение соответствующей оптимизационной задачи позволяет более обоснованно оценивать рыночную стоимость подержанных машин. Общую идею предлагаемого подхода мы проиллюстрируем на примере следующей достаточно простой ситуации.

Рассматриваются технические объекты (далее – машины) определенного вида, свободно обращающиеся на рынке, используемые предприятиями в непрерывном производственном процессе. Инфляция отсутствует. Поскольку машины обращаются на открытом рынке, то стоимость новой машины «на месте», обозначим ее через K , равна затратам на ее приобретение, доставку и монтаж. В процессе работы машина не ремонтируется, но может отказать, после чего заменяется такой же новой. Затраты на содержание и техническое обслуживание машины (операционные) обеспечивают поддержание ее ра-

© Смоляк С.А., 2022 г.

Смоляк Сергей Абрамович, доктор экономических наук, главный научный сотрудник, Центральный экономико-математический институт Российской академии наук (ЦЭМИ РАН), Москва, Россия; smolyak1@yandex.ru; ORCID 0000-0001-5287-4285

ботоспособности и составляют C в единицу времени.

С увеличением возраста (наработки) машины (t) растет и интенсивность ее отказа $p(t)$. При этом (случайный) момент наступления отказа имеет распределение с плотностью $p(s)e^{-P(s)}$, где $P(s) = \int_0^s p(x)dx$. Тогда, как известно, вероятность безотказной работы машины в течение срока s составит $e^{-P(s)}$, а среднее время безотказной работы, если только оно специально не ограничивается, – $N = \int_0^{\infty} e^{-P(s)} ds$ (Smith, 2011). Мы будем особо выделять *параметрический* случай, когда функция $p(t)$ принадлежит семейству функций $p(t, \omega)$, отличающихся лишь параметром масштаба ω : $p(t, \omega) = \omega^{-1} p(t/\omega)$, $P(t, \omega) = Q(t/\omega)$. В этом случае естественным будет использовать и относительный назначенный срок службы (ОНСС) $\tau = S/\omega$.

Производственный процесс разделяется на циклы. Каждый цикл начинается с ввода очередной машины в эксплуатацию и установления ей назначенного срока службы (предельной наработки) S .

Если за срок S машина не отказала (вероятность этого $e^{-P(S)}$), то цикл завершается, машину утилизируют и (мгновенно) заменяют аналогичной новой. Срок ее службы при этом составит S . Если же при достижении некоторого возраста $s < S$ произошел отказ, то производственный процесс прерывается. Устранение последствий отказа требует времени θ и потерям на производстве¹ (ущербу, затратам на устранение последствий отказа) в размере L . Срок службы машины в этом случае составит $s + \theta$.

Заметим, что если бы машина работала без отказа в течение времени θ , то это потре-

бовало бы операционных затрат $C\theta$. Поэтому разность $H = L - C\theta$ отражает чистые потери – то есть уменьшение дохода от производственного процесса при отказе машины по сравнению с ситуацией, когда она работала бы без отказа в течение времени θ .

Обратим внимание, что в начале каждого цикла возникает одна и та же ситуация, так что назначенный срок службы машины в каждом цикле должен быть одним и тем же. Будем искать его оптимальное значение S .

В этих целях в теории надежности используют ряд критериев (Володарский, 2017; Dhillon, 2006; Jiang et al., 2001; van Horenbeek et al., 2010; Smith, 2011; Werbińska-Wojciechowska, 2019). Чаще всего минимизируют отношение средних затрат за цикл использования машины к средней длительности цикла. Однако обоснований принимаемых критериев обычно не дается, и, как справедливо отмечено в (van Horenbeek et al., 2010), многие из применяемых критериев не отражают экономических интересов бизнеса. В данной статье развивается иной подход, непосредственно увязанный с экономическими интересами участников рынка, ориентированный на стоимостную оценку объектов и опирающийся на положения Международных стандартов оценки² (МСО). При этом, назначая машине срок службы, мы, по существу, стремимся максимизировать ее стоимость и, как следствие, – стоимость владеющего ею предприятия. При этом затратами и доходами, связанными с утилизацией машины, которые обычно относительно невелики, мы пренебрегаем.

Далее нам будет удобно использовать следующие относительные показатели операционных затрат и потерь: $c = C/K$, $l = L/K$, $h = H/K = l - c\theta$.

¹ Методам определения таких потерь (ущербов) посвящены, например, РД 03-496-02 «Методические рекомендации по оценке ущерба от аварий на опасных производственных объектах», утвержденные постановлением Госгортехнадзора России от 29.10.02 № 63.

² Международные стандарты оценки (МСО). Вступают в силу 31 января 2020 г. // Совет по международным стандартам оценки; пер. с англ.; М.: Российское общество оценщиков. 2020. 193 с.

ТРАДИЦИОННЫЙ ПОДХОД

При традиционном (в теории надежности) подходе назначенный срок службы выбирают, минимизируя отношение математических ожиданий затрат за цикл использования машины (Z) к длительности цикла (T). Аргументируется это так. Поскольку производственный процесс непрерывный и требует затрат на периодическое приобретение и эксплуатацию машины, то предприятие заинтересовано в снижении соответствующих затрат, приходящихся на единицу времени. Обозначим t_i – длительность цикла i ; Z_i – суммарные затраты в этом цикле. Тогда за M циклов средние затраты, осуществляемые в единицу времени, составят

$$z_M = \frac{Z_1 + \dots + Z_M}{t_1 + \dots + t_M}.$$

При большом M эта величина будет близка к ожидаемым удельным затратам $z = Z/T$.

В нашем случае за время S машина откажет с вероятностью $1 - e^{-P(S)}$, а среднее время ее работы за этот период (наработка), средняя длительность цикла (средний срок службы машины) и средние затраты за цикл составят соответственно:

$$N(S) = \int_0^S sp(S)e^{-P(s)}ds + Se^{-P(S)} = \int_0^S e^{-P(s)}ds;$$

$$T(S) = N(S) + \theta[1 - e^{-P(S)}];$$

$$\begin{aligned} Z(S) &= K + CN(S) + L[1 - e^{-P(S)}] = \\ &= K + CT(S) + H[1 - e^{-P(S)}]. \end{aligned}$$

Отсюда вытекает, что

$$\begin{aligned} z &= \frac{Z(S)}{T(S)} = C + \frac{K + H[1 - e^{-P(S)}]}{T(S)} = \\ &= C + K \frac{1 + h[1 - e^{-P(S)}]}{N(S) + \theta[1 - e^{-P(S)}]}. \end{aligned}$$

Поэтому оптимальное S должно находиться из условия:

$$\frac{1 + h[1 - e^{-P(S)}]}{\int_0^S e^{-P(s)}ds + \theta[1 - e^{-P(S)}]} \Rightarrow \min_S. \quad (1)$$

Нетрудно убедиться, что при достаточно большом h решение задачи (1) будет корнем уравнения, которое можно представить в двух эквивалентных формах:

$$\begin{aligned} h \int_0^S [p(S) - p(s)]e^{-P(s)}ds &= 1 + \theta p(S), \\ h \left[\int_0^S e^{-P(s)}ds - \frac{1 - e^{-P(S)}}{p(S)} \right] - \frac{1}{p(S)} &= \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Можно показать, что такое S растет при увеличении θ и уменьшении h . В частности, при фиксированном θ предельным значением h будет:

$$h^* = \frac{\theta + 1/p(\infty)}{\int_0^\infty e^{-P(s)}ds - 1/p(\infty)} = \frac{\theta + 1/p(\infty)}{N - 1/p(\infty)}. \quad (3)$$

В частности, если $p(S) \rightarrow \infty$ при $S \rightarrow \infty$, то $h^* = \theta/N$.

Если же $h < h^*$, то $S = \infty$. Это означает, что никакого срока службы машине назначать не нужно, и она должна быть заменена после отказа, когда бы он ни произошел. Причина этого очевидна – если отказ приводит к небольшим потерям, то специально ограничивать срок службы машины становится неэффективным.

В параметрическом случае, когда $p(t, \omega) = \omega^{-1}p(t/\omega)$, уравнение (2) можно преобразовать к следующему виду:

$$h \left[\int_0^\tau e^{-P(x)}dx - \frac{1 - e^{-P(\tau)}}{p(\tau)} \right] - \frac{1}{p(\tau)} = \frac{\theta}{\omega}.$$

Легко видеть, что здесь ОНСС $\tau = S/\omega$ будет расти с увеличением относительного времени устранения последствий отказа $m = \theta/\omega$.

ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ПОДХОД

С экономических позиций, описанный выше традиционный подход к оптимизации назначенного срока службы машины представляется не обоснованным. По сути, он основан на сопоставлении затрат по разным вариантам осуществления производственного процесса. Однако сравнивать варианты протекания процесса по *затратам* корректно, только если эти варианты дают тождественные по величине и распределению во времени *результаты* (Виленский и др., 2015). В нашем же случае варианты с разными значениями S будут различаться по среднему времени работы машины в каждом цикле $N(S)$ и средней длительности цикла $T(S) = N(S) + \theta[1 - e^{-P(S)}]$, а, значит, и по их отношению $d(S) = N(S)/T(S)$. Но величина $d(S)$ отражает среднюю долю времени, в течение которого производственный процесс дает полезные результаты (нечто вроде коэффициента использования рабочего времени). Поэтому варианты с разными значениями S будут различаться по величине полезных результатов и их распределению во времени.

Экономическим интересам предприятия отвечает иной подход, описываемый ниже. В нем основное внимание уделено экономическим результатам от использования машины предприятием, а оптимизация назначенного срока службы направлена на максимизацию стоимости этого предприятия.

Начнем с того, что работа, выполняемая машиной обеспечения производственного процесса, обладает полезностью для участников рынка. Поэтому, согласно МСО, она имеет и свою рыночную стоимость (РС), которую владельцы машин обычно не знают и не оценивают. Определим *выгоды* использования машины за период как РС выполняемой ею работы за вычетом операционных затрат. По предположению, интенсивность выгод не зависит от возраста машины. Обозначим ее через B .

Используя терминологию МСО, будем определять РС $V(S)$ новой машины при предпосылке, что ей назначен срок службы S .

Согласно принципу ожидания выгод, упоминаемому, но не раскрываемому в МСО, РС объекта в некоторый момент определяется как математическое ожидание суммы дисконтированных выгод от его наиболее эффективного использования за срок его службы (Смоляк, 2016). Так, определяемая РС одновременно отражает и вклад объекта в РС владеющего им предприятия. Поскольку, по предположению, инфляция отсутствует, выгоды – доналоговые, а риск отказов учитывается формулой математического ожидания, то, согласно МСО, при определении РС для дисконтирования выгод используется доналоговая номинальная безрисковая ставка дисконтирования³, обозначим ее через r .

Заметим, что машина с назначенным сроком службы S в период времени $(s, s + ds)$ принесет выгоды Bds , если за этот период отказа не было (т.е. с вероятностью $e^{-P(s)}$), и потери L , если машина в этом периоде отказала (т.е. с вероятностью $p(s)e^{-P(s)}ds$). Поэтому ожидаемая сумма дисконтированных выгод от использования машины $V(S)$ составит:

$$V(S) = B \int_0^S e^{-rs-P(s)} ds - L \int_0^S p(s) e^{-rs-P(s)} ds. \quad (4)$$

Учтем теперь, что РС машины совпадает с математическим ожиданием суммы дисконтированных выгод от его последующего использования $Q(S)$ только тогда, когда машина используется наиболее эффективно, в противном случае она будет не меньше указанной суммы (Смоляк, 2016). В данном случае разные способы использования машины отли-

³ Строго говоря, эта ставка не учитывает только риск, связанный с возможным отказом машины. Другие риски, например, возможное банкротство предприятия или стихийные бедствия, в этой ставке должны учитываться. Кроме того при отсутствии инфляции реальная ставка дисконтирования совпадает с номинальной.

чаются только назначенным сроком службы. Поэтому РС новой машины (K) при любом S будет не меньше, чем $V(S)$, а при оптимальном S – совпадать с $V(S)$.

Отсюда и из (4) вытекает неравенство

$$B \leq \frac{K + L \int_0^S p(s) e^{-rs-P(s)} ds}{\int_0^S e^{-rs-P(s)} ds}, \quad (5)$$

которое обращается в равенство при оптимальном S .

Правая часть (5) отражает отношение ожидаемых дисконтированных затрат на покупку машины и устранение последствий возможных отказов к ожидаемому дисконтированному объему (в единицах наработки) выполненных ею работ – *ожидаемые удельные дисконтированные затраты* (ОУДЗ). К тому же при оптимальном S эта величина должна оказаться минимальной. Тем самым, критерием оптимальности должны быть ОУДЗ:

$$\begin{aligned} & \frac{K + L \int_0^S p(s) e^{-rs-P(s)} ds}{\int_0^S e^{-rs-P(s)} ds} = \\ & = K \frac{1 + l \int_0^S p(s) e^{-rs-P(s)} ds}{\int_0^S e^{-rs-P(s)} ds} \Rightarrow \min_S. \end{aligned} \quad (6)$$

Такой критерий ориентирует предприятие на наиболее эффективное использование машин и максимизацию своей рыночной стоимости (при предпосылке, что машине назначат иной срок службы, рыночная стоимость предприятия уменьшится). Аналогичный критерий удельных дисконтированных затрат для установления сроков службы машин и оборудования в детерминированной ситуации ранее обосновывался с помощью оптимизационных моделей в (Лившиц, Смоляк, 1990; Виленский и др., 2015, разд. 16.9.2). Отметим, что пред-

ложенная в (Jiang et al., 2001) модель оптимизации (по традиционному критерию) срока службы, основанная на других предположениях, использует показатели, трактуемые как стоимости объекта, но выявленная связь решаемой задачи с теорией стоимостной оценки далее не развивается.

Обратим внимание, что критерий (6) в явном виде не учитывает затрат времени θ на устранение потерь (они учитываются при определении размера этих потерь L). Поэтому он не совпадает с (1) даже при $r = 0$.

Легко проверить, что оптимальное по критерию (6) S будет корнем уравнения, сходного с (2), но более простого:

$$l \int_0^S [p(S) - p(s)] e^{-rs-P(s)} ds = 1. \quad (7)$$

Очевидно, что такое S будет зависеть только от r и l , убывая с ростом l и возрастая при увеличении r , причем $S \rightarrow \infty$ при $l \rightarrow 0$ и $S \rightarrow 0$ при $l \rightarrow \infty$.

В параметрическом случае уравнение (7) принимает вид:

$$l \int_0^\tau [p(\tau) - p(x)] e^{-r\omega x - Q(x)} dx = 1.$$

Здесь ОНСС $\tau = S/\omega$ будет убывающей функцией от l и возрастающей функцией от произведения $r\omega$.

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

Отличия между традиционным и предлагаемым подходами продемонстрируем на следующих примерах. В них отказы машины имеют распределение Рэлея (что характерно для многих видов машин) с параметром масштаба ω . Для таких машин интенсивность отказов $p(t) = t/\omega^2$, а среднее время работы машины до отказа (если только его специально не ограничивать) равно $N = \omega\sqrt{\pi/2}$.

В расчетах мы учли, что обычно продолжительность замены отказавших объектов существенно меньше среднего срока их службы, который в данном случае имеет тот же порядок, что и ω . Поэтому относительное время устранения последствий отказа $m = \theta/\omega$ должно быть не очень большим, во всяком случае – не больше 0,8.

При традиционном подходе равенство (2) для определения ОНСС (относительного назначенного срока службы) $\tau = S/\omega$ принимает вид:

$$h\{\tau\sqrt{2\pi}[\Phi(\tau) - 1/2] - 1 + e^{-\tau^2/2}\} = 1 + m\tau, \quad (8)$$

где, как и раньше, $h = l - c\theta$, а Φ – функция стандартного нормального распределения.

Нетрудно убедиться, что при увеличении m и уменьшении h значение τ растет. Зависимости $\tau(h)$ при разных значениях m приведены на рис. 1.

При предлагаемом подходе ОНСС τ должен определяться из равенства (7). В данном случае оно принимает вид:

$$(\tau + r\omega)\sqrt{2\pi}[\Phi(\tau + r\omega) - \Phi(r\omega)]e^{(r\omega)^2/2} + e^{-r\omega\tau - \tau^2/2} - 1 = 1/l. \quad (9)$$

В частности, при $r = m = 0$, когда $l = h$, уравнения (9) и (8) совпадают, так что оба подхода будут давать близкие результаты при малых значениях r и θ .

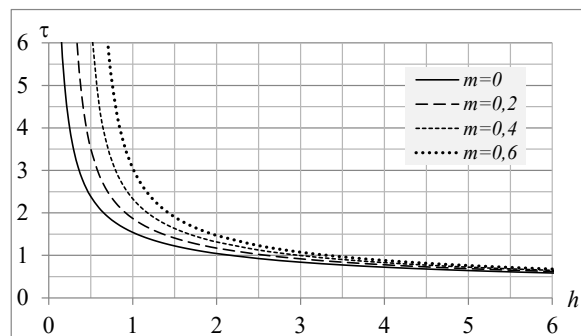


Рис. 1. Зависимости относительного назначенного срока службы от параметра $h = l - c\theta$ при разных значениях $m = \theta/\omega$

Для сравнения оптимальных назначенных сроков службы S , отвечающих предлагаемому (ПП) и традиционному (ТП) подходам, проведены вариантыные расчеты. Были построены зависимости этого срока от относительных потерь при отказе (l) при $N = 4$ года, $r = 0,1$ 1/год⁴ и четырех сочетаний θ и c , указанных в табл. 1. Остальные параметры при этом определялись по формулам: $h = l - c\theta$, $\omega = N\sqrt{2\pi}$, $m = \theta/\omega$.

Результаты расчетов приведены на рис. 2.

Как и отмечалось выше, при малых θ и c оба подхода приводят к примерно одинаковым результатам, однако в общем случае при традиционном подходе требуется назначать более высокие сроки службы.

⁴ Размерность 1/год, или год⁻¹, 0,1 1/год.

В формулах величина r умножается на время t , которое имеет размерность год, так что произведение rt становится безразмерным.

Таблица 1
Исходные данные по вариантам расчета

Параметр модели	Варианты			
	1	2	3	4
Время устранения последствий отказа, годы (θ)	0,1	0,1	0,4	0,4
Относительные операционные затраты (c)	0,5	2	0,5	2

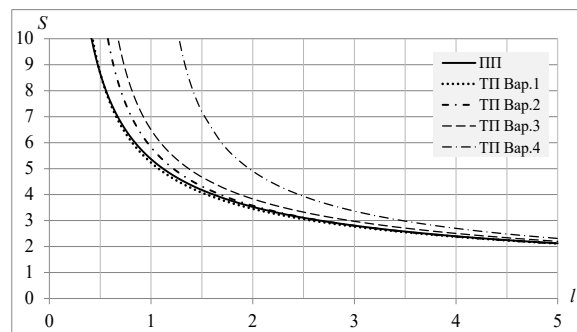


Рис. 2. Зависимости назначенного срока службы машины от относительных потерь при отказе (l) при традиционном и предлагаемом подходах

В предыдущем разделе отмечалось, что относительный назначенный срок службы $\tau = S/\omega$ является убывающей функцией от l и возрастающей функцией от произведения $r\omega$ или, что то же самое, – от произведения rN .

На рис. 3 приведены зависимости $\tau(l)$, отвечающие разным значениям rN , а на рис. 4 – зависимости $\tau(rN)$, отвечающие разным значениям l . Как видно из этих рисунков, увеличение средней наработки до отказа (N) приводит к росту τ . Это объясняется тем, что здесь потери от возможного отказа наступают в среднем позднее, а их влияние на ожидаемые удельные дисконтированные затраты (ОУДЗ) уменьшается. Однако при больших относительных по-

терях от отказа (l) влияние средней наработки до отказа (N) на ОНСС τ незначительно.

Разумеется, приведенный пример имеет условный характер, однако дает представление о масштабах и характере влияния надежности машины и потерь от ее возможного отказа на оптимальный назначенный срок ее службы.

ОБОБЩЕНИЕ МОДЕЛИ

При построении модели были приняты некоторые не очень реалистичные предположения. Ниже мы постараемся от них освободиться.

Одним из предположений модели было отсутствие инфляции. В условиях инфляции установление оптимальных назначенных сроков службы существенно усложняется, как при традиционном, так и при предлагаемом подходах. Если темпы роста цен на аналогичные машины, а также темпы роста операционных затрат и потерь от отказа будут различаться, то оптимальные сроки службы машин в разных циклах также будут различаться (как при предлагаемом, так и при традиционном подходах).

Ситуация меняется при однородной инфляции, когда все цены на производимые в технологическом процессе продукты и затрачиваемые при этом ресурсы растут примерно с одним и тем же темпом i . При этом интенсивность приносимых машиной выгод и потери от отказа будут расти с тем же темпом i . Пусть B и L – значения этих характеристик в момент начала функционирования новой машины. В таком случае формула (4) для стоимости $V(S)$ новой машины (на эту дату) при предпосылке, что ей назначен срок службы S , примет вид:

$$\begin{aligned} V(S) &= \int_0^S B e^{is} e^{-rs-P(s)} ds - \int_0^S L e^{is} p(s) e^{-rs-P(s)} ds = \\ &= B \int_0^S e^{-(r-i)s-P(s)} ds - L \int_0^S p(s) e^{-(r-i)s-P(s)} ds. \end{aligned}$$

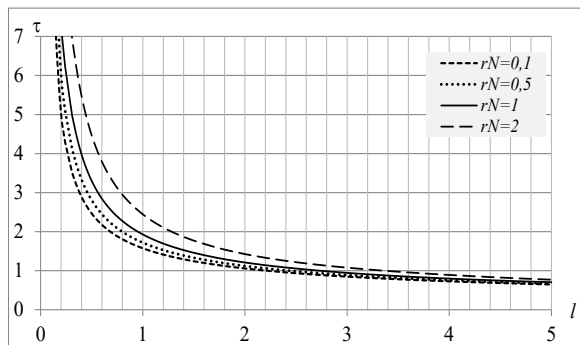


Рис. 3. Зависимости относительного назначенного срока службы машины от относительных потерь при отказе (l) при разных значениях rN

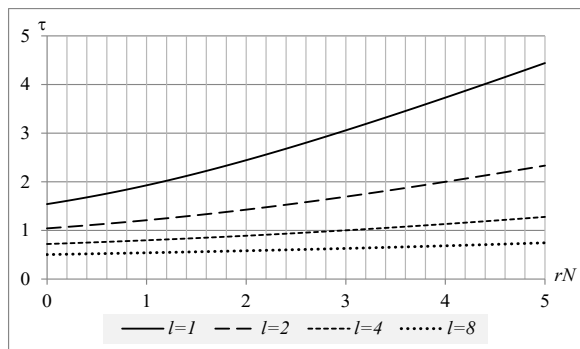


Рис. 4. Зависимости относительного назначенного срока службы машины от rN при разных значениях относительных потерь при отказе (l)

Как видим, в условиях инфляции формула (1) практически не изменилась, но номинальную ставку дисконтирования потребовалось уменьшить на темп инфляции. Такие же изменения придется сделать и в формулах (5)–(7).

При построении модели предполагалось также, что затраты C на содержание и обслуживание машины не меняются в процессе эксплуатации, то есть не зависят от ее возраста, а затратами и доходами, связанными с утилизацией машины, можно пренебречь. Выясним, как изменится модель при отказе от этих предположений.

Интенсивность операционных затрат машины возраста t лет обозначим через $C(t)$, а выгоды от утилизации машины⁵ в конце назначенного срока службы – через U . При этом интенсивность выгод, приносимых машиной возраста t , составит $W - C(t)$, где W – (неизвестная) рыночная стоимость выполняемых машиной в единицу времени работ.

Если теперь повторить вывод формулы (4) и учесть при этом выгоды от утилизации машины, достигшей назначенного срока службы, мы получим:

$$V(S) = \int_0^S [W - C(s)] e^{-rs-P(s)} ds + Ue^{-rS} - L \int_0^S p(s) e^{-rs-P(s)} ds. \quad (10)$$

При оптимальном S эта величина должна достигать своего максимального значения, равного РС новой машины (K), поэтому

$$\max_S \left\{ \int_0^S [W - C(s) - Lp(s)] e^{-rs-P(s)} ds + Ue^{-rS} \right\} = K.$$

Отсюда вытекает и условие оптимальности назначенного срока службы:

⁵ При наиболее эффективном способе утилизации эти выгоды совпадают с утилизационной стоимостью машины.

$$W = \min_S \left\{ K + \int_0^S [C(s) + Lp(s)] e^{-rs-P(s)} ds - Ue^{-rS} \right\} / \int_0^S e^{-rs-P(s)} ds. \quad (11)$$

Таким образом, и здесь критерием оптимальности будет минимальное значение ОУДЗ, совпадающее с рыночной стоимостью выполняемых машиной в единицу времени работ. Различие будет лишь в том, что в состав затрат теперь понадобится включить зависящие от возраста машины затраты на ее содержание и обслуживание за вычетом утилизационной стоимости машины в конце назначенного срока службы.

Изложенный в статье экономический подход позволяет не только назначать машинам наиболее эффективный срок службы. Нередко предприятие испытывает потребность в оценке рыночной стоимости своих активов (например, при принятии инвестиционных решений, аудите, составлении финансовой отчетности по МСФО, определении кредитоспособности компании). Традиционные методы, используемые оценщиками для расчета РС машин (Оценка машин ..., 2018), не учитывают характеристик их надежности и, тем более, потерь от их возможных отказов. Между тем, предложенная модель позволяет оценивать работоспособные (не отказавшие) машины разного возраста. Действительно, повторяя вывод формул (4) и (10) применительно к работоспособной машине возраста t лет, мы получим следующее выражение ее рыночной стоимости $K(t)$:

$$K(t) = \int_t^S [W - C(s)] e^{-r(s-t)-P(s)+P(t)} ds + Ue^{-r(S-t)} - L \int_t^S p(s) e^{-r(s-t)-P(s)+P(t)} ds.$$

Величины W и S при этом определяются из условия (11).

ПРОБЛЕМЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ

Казалось бы, построенная модель имеет довольно узкую сферу применения, поскольку обычно назначенные сроки службы устанавливаются при проектировании машин. Однако, как видно из этой модели, назначенные сроки службы могут существенно зависеть как от условий эксплуатации машин, так и от цен на машины и затрачиваемые при их использовании ресурсы. Поэтому владеющие машинами предприятия могут, используя предложенную модель, устанавливать такие сроки самостоятельно и пересматривать их при изменении условий производства или при получении новой информации о характеристиках надежности машины. В то же время с помощью этой модели можно оценивать рыночные стоимости машин разного возраста, учитывая (в отличие от применяемых оценщиками расчетных формул) с возрастом изменение их надежности и операционных затрат. Правда, для решения указанных задач необходима информация о влиянии возраста на надежность машины и ее экономические характеристики. Здесь возникает серьезная проблема.

С одной стороны, есть много публикаций, содержащих сведения о том, как зависят от возраста характеристики надежности некоторых видов машин и оборудования. Для восстановления зависимости интенсивности отказов от возраста (наработки) объекта по результатам наблюдений за эксплуатацией аналогичных объектов или ускоренных испытаний их на надежность обычно используется метод максимального правдоподобия (Острейковский, 2003). С другой стороны, число марок (моделей) машин и оборудования исчисляется сотнями тысяч, причем все время появляются новые марки. В связи с этим возникает потребность в усредненных зависимостях, которые можно было бы применить к большим группам машин. Примером являются рекомендации для определения за-

висимости интенсивности отказов машин от возраста, изложенные в РД 26-01-143-83 «Надежность изделий химического машиностроения. Оценка надежности и эффективности при проектировании», а затем повторенные в учебниках по надежности, например, в (Острейковский, 2003). В то же время каких-то обобщенных данных о размерах потерь в производстве, связанных с отказами машин и оборудования, автору найти не удалось.

В литературе приводятся отрывочные сведения о зависимостях операционных затрат от возраста, например, для некоторых видов строительных, горных или сельскохозяйственных машин; некоторые из них приведены в (Смоляк 2016). Однако таких усредненных зависимостей, пригодных для машин различного назначения, пока еще не предложено. Исключением являются системы национальных счетов, где для оценки машин и оборудования используют, например, экспоненциальную или гиперболическую зависимость выгод от возраста. Однако стоимости некоторых видов машин, рассчитанные таким методом, плохо согласуются с имеющейся рыночной информацией (Смоляк, 2021).

С учетом изложенного, представляется, что разработка усредненных зависимостей операционных характеристик машин (включая характеристики надежности, производительности и операционных затрат) от возраста и условий эксплуатации является актуальной задачей, решение которой способствовало бы повышению эффективности использования машин и оборудования и позволило бы повысить обоснованность их стоимостной оценки.

Объектами рассмотрения в статье были неремонтируемые машины, но полученные в статье результаты могут быть применимы и к машинам, требующих не слишком больших затрат на ремонт при отказе. В то же время многие виды машин и оборудования могут подвергаться капитальному ремонту, существенно улучшающему их операционные характеристики. При этом объектами оптимизации становятся назначенные сроки капитальных ремонтов. Предложенный под-

ход может быть применен и к решению этой задачи. Отметим, наконец, что динамика операционных характеристик машин в теории надежности часто описывается более сложными случайными процессами, см. например, (Park, Padgett, 2005; Wang et al., 2020). Возможность применения предложенного в статье подхода к решению возникающих в этой ситуации задач оптимального управления эксплуатацией машин требует дальнейших исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При назначении сроков службы неремонтируемым объектам в теории надежности используются подходы, не в полной мере учитывающие экономические интересы владеющих объектами предприятий–участников рынка. Для решения этой задачи теория стоимостной оценки позволяет предложить иной подход, ориентированный на максимизацию рыночной стоимости предприятия–владельца объекта. В этом случае оптимизация назначенного срока службы объекта должна производиться по критерию минимума ожидаемых удельных дисконтированных затрат – отношения ожидаемых дисконтированных затрат на приобретение и эксплуатацию объекта и устранение последствий возможных отказов к ожидаемому дисконтированному объему выполненных им работ. Расчетные формулы при этом оказываются проще.

В то же время математические модели, основанные на предлагаемом подходе, могут быть использованы при стоимостной оценке подержанных машин с учетом изменения их надежности и операционных затрат с возрастом (в обычно используемых оценщиками расчетных формулах эти факторы не учитываются). Однако это требует не только уточнения и обобщения рассмотренной в статье модели, но и сведений о зависимости операционных характеристик машин от возраста.

Список литературы / References

- Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. (2015). Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика. учеб. пособие. 5е изд. М.: ПолиПринтСервис. 1300 с. [Vilensky P.L., Livshits V.N., Smolyak S.A. (2015). Evaluation of the investment projects efficiency: theory and practice. 5th ed. Moscow, PolyPrint-Service (in Russian).]
- Володарский В.А. (2017). Стратегии, критерии и расчет периодичности замен аппаратуры автоматики и телемеханики // Автоматика на транспорте. № 2, т. 3, с. 165–176. [Volodarsky V. (2017). Strategies, criteria and calculation of replacement periodicity of automation and remote control equipment. *Transport Automation*, no 2, vol. 3, pp. 165–176 (in Russian).]
- Лившиц В.Н., Смоляк С.А. (1990). Модели динамики экономического износа оборудования // Экономика и математические методы. Т. 26. Вып. 5. С. 871–882. [Livshits V.N., Smolyak S.A. (1990). Models of the dynamics of equipment depreciation. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 26, no 5, pp. 871–882 (in Russian).]
- Острейковский В.А. (2003). Теория надежности: Учебник для вузов. М.: Высшая школа. [Ostreyskovsky V.A. (2003). Reliability theory. Textbook for universities. Moscow, Vysshaya shkola (in Russian).]
- Оценка машин и оборудования (2018). Оценка машин и оборудования: учебник / М.А. Федотова, А.П. Ковалев, А.А. Кушель, Королев И.В., Игонин В.В.: под ред. М.А. Федотовой. 2-е изд. М.: ИНФРА-М, 324 с. [Machinery and equipment valuation. (2018). Fedotova M.A. (ed.). (M.A. Fedotova, A.P. Kovalyov, A.A. Kushel, I.V. Korolyov, V.V. Igonin. Moscow: INFRA-M (in Russian).]
- Смоляк С.А. (2016). Стоимостная оценка машин и оборудования (секреты метода ДДП). М.: Опцион. 377 с. [Smolyak S.A. (2016). Valuation of machinery and equipment (secrets of the DCF method). Moscow, Option (in Russian).]
- Смоляк С.А. (2021). Оценка обесценения машин и оборудования с учетом положений систем национальных счетов // Труды ИСА РАН. Т. 71, № 1, с. 44–54. [Smolyak S.A. (2021). Assessment of

- machinery and equipment depreciation using the method used in the systems of national accounts. *Proceedings of the Institute for Systems Analysis, RAS*, vol. 71, iss. 1, pp. 44–54 (in Russian).]
- Dhillon B.S. (2006). Maintainability, Maintenance and Reliability for Engineers. Taylor & Francis Group.
- Jiang X., Makis V., Jardine A.K.S. (2001). Optimal repair/replacement policy for a general repair model. *Advances in Applied Probability*, vol. 33(01), pp. 206–222. DOI: 10.1017/s0001867800010703
- van Horenbeek A., Pintelon L., Muchiri P. (2010). Maintenance optimization models and criteria. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, vol. 1(3), pp. 189–200. DOI: 10.1007/s13198-011-0045-x
- Park C., Padgett W.J. (2005). Accelerated degradation models for failure based on geometric Brownian motion and gamma processes. *Lifetime Data Analysis*, vol. 11, pp. 511–527.
- Smith D.J. (2011). Reliability, maintainability and risk: Practical methods for engineers. 8th ed. Amsterdam, ... Tokyo: Butterworth-Heinemann Ltd.
- Wang X., Wang B.X., Wu W., Hong Y. (2020). Reliability analysis for accelerated degradation data based on the Wiener process with random effects. *Quality and Reliability Engineering International*, pp. 1–13. DOI: 10.1002/qre.2668
- Werbińska-Wojciechowska S. (2019). Preventive Maintenance Models for Technical Systems. *Technical System Maintenance*, 21–100. DOI: 10.1007/978-3-030-10788-8_2

Рукопись поступила в редакцию 10.02.2022 г.

ECONOMIC CRITERIA FOR OPTIMIZING THE ASSIGNED SERVICE LIFE OF MACHINERY AND EQUIPMENT

S.A. Smolyak

DOI: 10.33293/1609-1442-2022-1(96)-45-55

Sergey A. Smolyak, Doct. Sc. (Economic), Principal science researcher, Central Economics and Mathematics Institute,

Russian Academy of Science, Moscow, Russia; smolyak1@yandex.ru

The machine is used in a continuous production process in the enterprise that is a market participant. During its use, it can be subject to random failure after which losses occur due to interruption of the process. After failure, the machine is decommissioned and disposed of. Over time, the failure rate increases. Under these conditions, it turns out to be beneficial for the enterprise to set an assigned service life for the machine, after which (if no failure has occurred) it must be disposed of. We solve the problem of optimizing the assigned service life. Usually, to solve this problem, various optimality criteria are used, for example, average costs per unit of time (including the time to eliminate the consequences of a failure), reliability indicators, or other indicators that do not fully reflect the commercial interests of the enterprise owning the machine. Using the principles and methods of asset valuation, we build a mathematical model that allows us to calculate the optimal assigned life of the machine and at the same time assess the market value of the work performed by it. At the same time, in this problem, the optimality criterion is the ratio of the expected discounted costs to the expected discounted volume of work performed by the machine (in units of operating time). Using this criterion, the market value of the enterprise owning the machine will be the highest. The proposed model allows us to estimate the market value of the serviceable machine knowing its age. We compare the proposed and alternative optimality criteria. We give an example in which machine failures have a Rayleigh distribution. The proposed general approach can be used both in solving other optimization problems of reliability theory and for practical valuation of some types of machinery and equipment.

Keywords: reliability, failure, assigned service life, optimization criterion, valuation, principle of anticipation of future benefits.

JEL classification: C61, D46, D81.

Manuscript received 10.02.2022