

---

(model  $CTAR(p)$ ) and the model, the real part of which is the predicted indicator, and the imaginary part is the current forecast error  $CARE(p)$ . It is shown that the classical model of autoregression of real variables  $AR(p)$  is a special case of each of these two models. The main focus of the article is on studying the properties of the  $ReCARE(p)$  model. It is theoretically substantiated that this model predicts short-term economic dynamics more accurately than the  $AR(p)$  model. And it is shown on practical examples. Therefore, in cases, where autoregressive models are appropriate, it is recommended to use the new  $ReCARE(p)$  model, as it is more accurate. It is shown that, on the platform of this basic model, it is possible to develop new short-term forecasting models similar to the  $ARMA(p, q)$  and  $ARIMA(p, q)$  models, from which one should expect increased accuracy of short-term economic models.

*Keywords:* complex-valued economics, short-term economic forecasting, autoregressive models.

*JEL classification:* C22, C29, C53.

*Manuscript received 14.08.2020*

---

## СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ РОСТА МОЩНОСТИ КОМПАНИИ

*В.И. Данилин*

**DOI:** 10.33293/1609-1442-2020-4(91)-62-75

При расчете бизнес-плана компании во многих случаях возникает проблема недостатка ресурсов для полного удовлетворения спроса на продукцию компании. В статье (Данилин, 2019) была предложена система моделей согласования решений между ведущими подразделениями компании: производственным отделом, отделом реализации, отделом снабжения, финансовым отделом. Однако в этой статье производственный отдел был представлен только одной моделью, а модель технологической службы отсутствовала. В предлагаемой статье в рамках общей системы принятия решений (Данилин, 2019) дезагрегируется деятельность производственного отдела путем создания специальной системы моделей разработки производственной программы с включением в нее модели технологической службы. Для каждого направления существуют специальные модели, которые позволяют рассчитать уровень увеличения возможностей компании по удовлетворению спроса на ее продукцию. Цель статьи – показать возможность создания из них системы моделей, позволяющей в рамках имеющихся инвестиционных возможностей максимально увеличить мощность компании по производству продукции. Научная новизна состоит в разработке методических основ последовательности реализации отдельных моделей и согласовании их между собой для решения поставленной задачи. На примере показано, что использование этих направлений в определенной последовательности позволяет увеличить мощность компании и максимально приблизиться к 100%-му удовлетворению спроса.

*Ключевые слова:* производственная программа, модели производственной программы, краткосрочные технологические проекты, аутсорсинг, технологические спо-

---

© Данилин В.И., 2020 г.

*Данилин Вячеслав Иванович*, д.э.н., профессор, главный научный сотрудник, ЦЭМИ РАН, Москва, Россия; danilinvi@mail.ru

собы изготовления изделий, полуфабрикаты и готовые изделия, внутривзаводской оборот.

Классификация JEL: D24.

## ВВЕДЕНИЕ

Расчет мощности компании связан с определением возможности использования («загрузки») ресурсов. Стратегической целью является максимизация использования имеющихся ресурсов и их наращивание. При расчете производственной программы на имеющихся ресурсах текущей целью обычно выступает один из финансовых показателей, например максимизация дохода или максимизация валовой (маржинальной) прибыли. При этом во многих случаях полностью удовлетворить спрос не удастся на существующих ресурсах. Одной из стратегических целей компании является удовлетворение спроса на продукцию на 100% за счет наращивания мощностей. В противном случае конкуренты могут захватить ту часть рынка, которая связана с неудовлетворенным спросом.

Для решения проблемы повышения уровня удовлетворения спроса у компании существует несколько возможностей наращивания ресурсов как за счет внутренних, так и за счет внешних источников. Такими направлениями являются:

а) разработка технологическими подразделениями краткосрочных проектов, направленных на совершение норм потребления ресурсов и пересчет производственной программы с учетом реализации этих проектов;

б) разработка технологическими подразделениями дополнительных производственных способов изготовления продукции или услуги, наряду с основным;

в) дополнительное приобретение ресурсов за счет выделенных компанией инвестиций;

д) передача внутренних полуфабрикатов на субподряд (аутсорсинг).

Для каждого из этих направлений можно использовать конкретную экономико-математическую модель, которая поможет определить, какие ресурсы могут быть увеличены и насколько.

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ

На первом этапе разработки бизнес-плана «Производственный отдел» может использовать для оптимизации производственной программы компании *Модель оптимизации производственной программы с учетом внутривзаводского оборота и фиксированными правыми частями* (Шубкина и др., 1983; Данилин, 2005), т.е. рассчитывается производственная программа с теми ресурсами, которые у компании имеются на начало периода. Выбор этой модели как базовой определен тем, что одним из направлений роста мощности компании является аутсорсинг. Как правило, на аутсорсинг передается производство полуфабрикатов, поэтому в модели должно быть отражены связи полуфабрикатов с готовыми изделиями. Данная модель позволяет это отразить. Введем следующие определения.

Производственная мощность – максимальный возможный годовой выпуск продукции компании. Производственная программа продукции в натуральном выражении содержит показатели выпуска продукции определенной номенклатуры, ассортимента и качества изделий в физических единицах. В основу ее разработки закладываются реальные производственно-технические возможности предприятия по выполнению намеченной производственной программы, т.е. его производственная мощность.

Портфель заказов – совокупность предварительных заказов, которыми располагает компания в момент разработки производственной программы. Предварительный заказ – изъясление намерения потребителем

приобрести в ближайшем будущем какой-либо товар (или услугу). Для товара с невысокой стоимостью он может быть оформлен без оплаты и каких-либо юридических обязательств по выкупу. Предварительный заказ дорогостоящих товаров, как правило, требует оформления договора купли-продажи и внесения полной или частичной предоплаты. Готовая продукция – изделия, предназначенные для продажи, которые не используются для производства других изделий компании. Внутренний полуфабрикат – изделия, которые используются только для производства других изделий компании и не продаются на сторону. Изделия, которые одновременно являются готовой продукцией и внутренним полуфабрикатом.

Для формализации связи между полуфабрикатами и готовой продукцией воспользуемся принципами модели межотраслевого баланса Леонтьева (Леонтьев, 2006).

*Ограничения:*

- по внутрипроизводственному потреблению (балансовое ограничение типа input – output):

$$\sum_{j=1}^J a_{ij}x_j + y_i = x_i, \quad i=1, 2, \dots, J, \quad (1)$$

где  $a_{ij}$  – коэффициент прямых затрат изделия  $i$  на производство единицы изделия  $j$  в физических единицах;  $x_j = x_i$  – объем производства изделия  $j$  для удовлетворения внутренних и внешних потребностей;  $y_i$  – искомый объем продаж изделия  $i$ .

Справа в ограничении (1) показан объем производства продукции  $i$ , который складывается из суммы потребления этого изделия как внутреннего полуфабриката на производство других изделий  $j$  и объема его продажи внешнему потребителю ( $y_i$ ).

Перепишем данное условие в каноническом виде

$$x_i - \sum_{j=1}^J a_{ij}x_j - y_i = 0 \quad i=1, 2, \dots, J. \quad (2)$$

- по объемам продаж:

$$d_i \leq y_i \leq \bar{d}_i, \quad i=1, 2, \dots, J, \quad (3)$$

где  $\bar{d}_i$  – спрос на изделие  $i$ ;  $d_i$  – заказ на изделие  $i$ .

Эти ограничения формулируют условия, при которых плановый объем продаж будет не меньше заказа на данное изделие и не больше спроса на него, т.е. они гарантируют реализацию запланированного объема продукции.

В этом случае ограничения по ресурсам будут связаны с переменной  $x_j$  (объем производства), а не с объемом продаж ( $y_i$ ), как это было в других моделях;

- по ресурсам:
  - оборудование

$$\sum_{j=1}^J b_{hj}x_j \leq B_h, \quad h=1, 2, \dots, H, \quad (4)$$

где  $b_{hj}$  – норма затрат времени группы оборудования  $h$  на единицу изделия  $j$  (маш./час);  $B_h$  – годовой фонд времени работы группы оборудования  $h$  (маш./ч);

- рабочие

$$\sum_{j=1}^J c_{kj}x_j \leq C_k, \quad k=1, 2, \dots, K, \quad (5)$$

где  $c_{kj}$  – норма затрат времени профессиональной группы рабочих  $k$  на производство единицы изделия  $j$  (чел.-ч);  $C_k$  – годовой фонд времени работы профессиональной группы рабочих  $k$  (чел.-ч);

- сырье и материалы

$$\sum_{j=1}^J d_{lj}x_j \leq D_l, \quad l=1, 2, \dots, L, \quad (6)$$

где  $d_{lj}$  – норма затрат группы сырья и материалов  $l$  на производство единицы изделия  $j$  (кг, м<sup>2</sup> и другие физические единицы измерения),  $D_l$  – наличие у компании сырья и материалов вида  $l$  (кг, м<sup>2</sup> и другие физические единицы измерения).

*Критерии.*

Максимизация объема реализации

$$\sum_{i=1}^J p_i y_i \rightarrow \max. \quad (7)$$

Максимизация валовой прибыли

$$\sum_{i=1}^J (p_i - v_i) y_i \rightarrow \max, \quad (8)$$

где  $p_i$  – цена спроса на изделие  $i$ ;  $v_i$  – средние переменные затраты на изделие  $i$ .

На этом этапе производственный отдел рассчитывает производственную программу таким образом, чтобы удовлетворить спрос и заказы на продукцию компании. Это позволяет оценить потенциальные возможности компании в получении максимальной величины дохода и прибыли с использованием имеющихся ресурсов. Во многих случаях, на этом этапе полученная производственная программа полностью не удовлетворяет спрос.

Тогда, подставив в эту модель вместо  $x$  значения спроса, можно получить потребность в этих ресурсах на производство продукции, полностью удовлетворяющую спрос (левая часть неравенств), и сравнить ее (потребность) с наличием ресурсов в компании (правая часть неравенств).

Положительная разница между потребностью и наличными ресурсами покажет нехватку ресурса, а отрицательная – свободные ресурсы:

$$\bar{B}_h = \sum_{j=1}^J b_{hj} x_j - B_h > 0,$$

$$\bar{C}_k = \sum_{j=1}^J c_{kj} x_j - C_k > 0,$$

$$\bar{D}_l = \sum_{j=1}^J d_{lj} x_j - D_l > 0, \quad (9)$$

где  $\bar{B}_h, \bar{C}_k, \bar{D}_l$  – нехватка соответствующего ресурса.

Этот результат производственный отдел передает в технологические службы, что-

бы они отобрали из имеющихся проектов те, которые сократят нехватку соответствующих ресурсов. Технологическая служба для решения этой проблемы может воспользоваться *Моделью выбора эффективных краткосрочных проектов* (Сапиро, Гантман, 1980; Титов, 1981; Данилин, 2006).

*Ограничения:*

- по приросту ресурсов за счет краткосрочных проектов

$$\sum_{j=1}^J \bar{b}_{hj} z_j + y_h = \bar{B}_h, \quad h = 1, 2, \dots, H, \quad (10)$$

где  $\bar{b}_{hj}$  – дополнительная величина для группы ресурса  $h$  по проекту  $j$ ;  $\bar{B}_h$  – нехватка ресурса по группе  $h$ ;  $y_h$  – дополнительная переменная, показывающая, насколько дополнительный фонд по проектам меньше нехватки ресурсов;  $z_j$  – искомый проект  $j$ ;

- по инвестициям

$$\sum_{j=1}^n c_j z_j \leq C, \quad (11)$$

где  $c_j$  – затраты на разработку и реализацию проекта  $j$ ;  $C$  – размер инвестиций, выделенных технологическому подразделению;  $z_j$  – искомый проект  $j$ ;

- по переменным

$$z_j = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \quad y_h \geq 0. \quad (12)$$

Это означает, что некоторые проекты попадут в решение ( $z_j = 1$ ), а другие не попадут в решение ( $z_j = 0$ ).

*Критерии.*

Минимум отклонений от «нехватки» ресурсов

$$\sum_{h=1}^H y_h \rightarrow \min. \quad (13)$$

В результате решения этой модели из имеющихся у технологического подразделения краткосрочных проектов будут выбраны те, которые минимизируют нехватку ресур-

сов. Это означает, что часть ресурсов увеличится на  $(\bar{B}_h - y_h)$ . После этого дополняем правые части ограничения (4) первой модели дополнительными ресурсами и решаем ее снова, что позволит получить производственную программу с лучшим процентом удовлетворения спроса на продукцию компании.

### Дополнительные технологические маршруты

В тех случаях, когда одинаковое оборудование установлено на разных предприятиях (в цехах) и участках компании или в одном цехе имеется оборудование, которое может быть частично взаимно заменено, а также существует взаимозаменяемость сырья и материалов, то, наряду с основным производственным маршрутом прохождения изделия по группам оборудования, могут быть рассмотрены при определении годовой производственной программы и дополнительные маршруты.

Это позволит в случае нехватки ресурсов оборудования, рабочих и материалов при использовании только основных маршрутов догрузить аналогичное оборудование в других цехах, используемое меньше чем на 100%, или другие типы оборудования в данном цехе, где эта операция делается с большими затратами времени, но оборудование загружено менее чем на 100%. Это относится и к материалам в случае их полной или частичной взаимной заменяемости.

*Модель дополнительных производственных способов* (Данилин, 2003; Шапиро, 2006) выглядит следующим образом.

*Ограничения:*

- по ресурсам

$$\sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^n b_{hj}^{tm} x_j^m \leq B_h^t \quad (h=1, 2, \dots, H, t=1, 2, \dots, T), \quad (14)$$

где  $b_{hj}^{tm}$  – норма затрат времени обработки единицы изделия  $j$  по группе ресурса  $h$  в цехе  $t$

производственным способом  $m$ ;  $x_j^m$  – искомое число изделий  $j$  производственным способом  $m$ , вошедших в производственную программу;  $B_h^t$  – наличие ресурса группы  $h$  в цехе  $t$ ;

- по спросу и заказам

$$d_j \leq \sum_{m=1}^M x_j^m \leq \bar{d}_j, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad (15)$$

где  $d_j$  – заказ на изделие  $j$ ;  $\bar{d}_j$  – спрос на изделие  $j$ ;

- на переменные

$$x_j^m \geq 0, \quad x_j^m - \text{целые}, \\ j=1, 2, \dots, J, \quad m=1, 2, \dots, M. \quad (16)$$

*Критерии.*

Максимум объема реализации

$$\sum_{j=1}^J p_j \sum_{m=1}^M x_j^m \rightarrow \max. \quad (17)$$

Максимум валовой прибыли

$$\sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (p_j - v_j^m) x_j^m \rightarrow \max. \quad (18)$$

Решение этой модели позволит рациональней загрузить имеющиеся ресурсы и одновременно улучшить финансовые показатели компании, в том числе повысить удовлетворение спроса. Однако в оперативном планировании производства могут возникнуть определенные сложности, например, в какой момент времени запускать изготовление тем или иным способом данное изделие.

*Модель дополнительного приобретения ресурсов за счет инвестиций* (Герасимов, 1972; Данилин, 1975; Мироносецкий, 1976; Шубкина и др., 1983; Шапиро, 2006).

Для определения дополнительного количества ресурсов можно использовать модифицированную модель оптимизации производственной программы с учетом внутривозвратного оборота и фиксированными правыми частями и в которой ограничения по ресурсам (4) будут записаны в следующем виде.



Ограничения:

- по ресурсам

$$\sum_{j=1}^J b_{hj} x_j - b_h z_h \leq B_h, \quad h=1, 2, \dots, H, \quad (19)$$

где  $b_{hj}$  – норма затрат ресурса  $h$  на единицу изделия  $j$ , причем  $h=1; k$  – номера групп оборудования;  $h=k+1, l$  – номера групп професий рабочих;  $h=l+1, H$  – номера групп сырья и материалов;  $B_h$  – размер ресурса в группе  $h$ ;  $b_h$  – годовой фонд единицы ресурса в группе  $h$ ;  $z_h$  – искомое дополнительное количество ресурсов из группы  $h$ ;

• добавится также ограничение по инвестициям на покупку дополнительных ресурсов

$$\sum_{h=1}^H p_h z_h \leq P, \quad (20)$$

где  $p_h$  – цена единицы ресурса из группы  $h$ ;  $P$  – размер инвестиций, выделенных на покупку дополнительных ресурсов;

- на переменные

$$x_j \geq 0, \quad z_h - \text{целые}. \quad (21)$$

*Модель передач внутренних полуфабрикатов на аутсорсинг* (Календжян, 2003; Данилин, 2005).

Для анализа результата передачи внутреннего полуфабриката в аутсорсинг используется также модель линейного программирования с учетом внутривозвратного оборота и фиксированными правыми частями, которая описана выше, только из внутривозвратного оборота изымаются полуфабрикаты, переданные в аутсорсинг, а вместе с этим все затраты, связанные с использованием ресурсов для их производства.

Но они необходимы для производства «готовых продуктов» компании, поэтому их теперь покупают у аутсорсинговых компаний по договорной цене, т.е. они теперь попадают в статью «поставки со стороны» и являются «переменными затратами» для «готовых изделий». Передача на аутсорсинг производства

части внутренних полуфабрикатов позволяет компании увеличить производство оставшихся изделий при помощи тех же имеющихся в компании ресурсов без привлечения дополнительных.

## МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМЫ ОПИСАННЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РОСТА ОБЪЕМА ПРОИЗВОДСТВА И ДОХОДА КОМПАНИИ

В статье (Данилин, 2019) была рассмотрена проблема согласования принятого решения при разработке бизнес-плана между основными подразделениями компании (отдел продаж, производственный отдел, отдел снабжения и финансовый отдел), участвующими в данном процессе (горизонтальное согласование) на основе системы моделей. Однако производственный отдел в этой схеме представлен только одной моделью, технологический отдел в ней вообще отсутствовал. В данном случае делается деагрегация работы производственного отдела с подключением технологических служб. Взаимосвязи с отделом продаж, отделом снабжения и финансовым отделом сохраняются на уровне, описанном в статье (Данилин, 2019).

Отдел продаж, согласно своей модели, определяет своей компании объем продаж каждого изделия и цену в точке равновесия, а также транспортные расходы на поставку продукции потребителю. Он передает эту информацию в производственный и финансовый отделы. Кроме того, отдел продаж производит расчет «цен предложения» и объема спроса по этим ценам. Производственный отдел может рассчитать разные варианты производственной программы при разных объемах спроса и разных ценах.

Отдел снабжения по своей модели рассчитывает оптимальные цены и транспортные расходы на поставку необходимых ресурсов

(для финансового отдела) и их объемы (для производственного отдела).

Финансовый отдел на основе темпа роста объема реализации, полученного из производственного отдела, рассчитывает по своим имитационным моделям сводные финансовые документы и передает в производственные отдел переменные затраты и объемы инвестиций.

На основе всей полученной информации в данной статье предлагается развернутая схема согласования решений между производственным отделом и технологическими службами, которая позволяет лучше использовать имеющиеся ресурсы и одновременно их увеличить. Схема согласования решений приводится ниже (рис. 1).

*Шаг 1.* По модели оптимизации производственной программы с внутривзаводским оборотом (1)–(6) на имеющихся ресурсах рассчитываются возможная для компании производственная программа и связанные с ней такие финансовые показатели, как «объем реализации (доход)» и «валовая (маржинальная) прибыль». Если спрос по всем «готовым изделиям» полностью удовлетворен, то расчеты завершены. В противном случае проводится расчет нехватки ресурсов для полного удов-

летворения спроса на продукцию компании по модели (7), а данные передаются в технологические подразделения.

*Шаг 2.* В технологическом отделе или уже имеются, или могут быть разработаны краткосрочные проекты по совершенствованию технологического процесса обработки изделий, которые позволяют уменьшить нормы потребления ресурсов, что позволяет увеличить производство продукции при существующем объеме ресурсов.

По модели (10)–(13) отбираются те проекты, которые позволят сократить нехватку ресурсов, определенных производственным отделом, конечно, в пределах выделенных инвестиций на разработку и реализацию проектов. Результаты в виде новых норм потребления ресурсов или приращения правых частей ограничений по ресурсам передаются в производственный отдел, и он пересчитывает по своей модели (1)–(6) производственную программу.

*Шаг 3.* Дальнейшая возможность повысить удовлетворение спроса – покупка дополнительных ресурсов, что требует значительных инвестиций. Если компания имеет такую возможность, то производственная программа

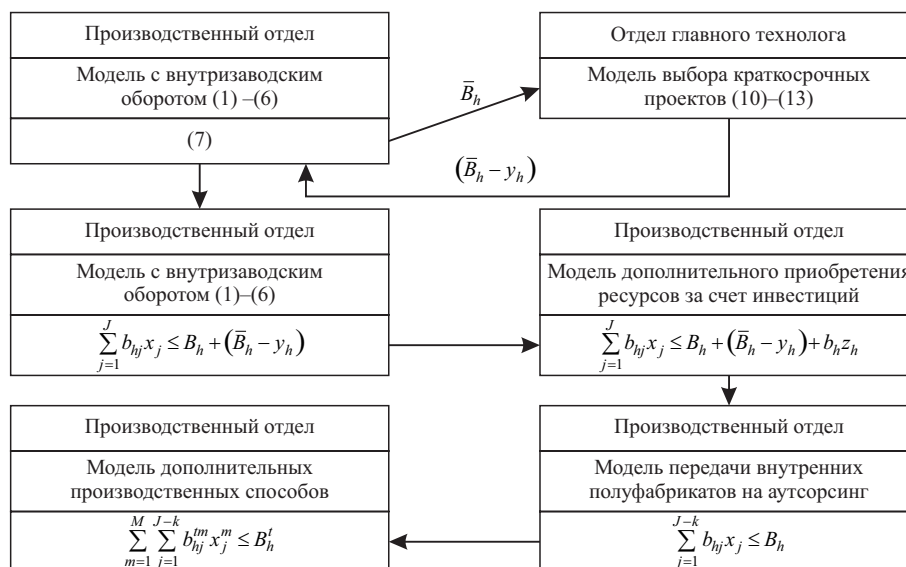


Рис. 1. Схема связи между моделями

может быть рассчитана по модели (19)–(21) с учетом всех предыдущих расчетов.

*Шаг 4.* Если спрос по-прежнему полностью не удовлетворяется, производственный отдел изучает возможность передачи отдельных внутренних полуфабрикатов на аутсорсинг, что позволит освободить часть ресурсов для производства готовой продукции. Для расчета производственной программы можно воспользоваться моделью (1)–(6), только часть внутренних полуфабрикатов теперь будет покупаться, а не изготавливаться в компании, т.е. число изделий, производимых в компании ( $J$ ), уменьшается за счет передачи их на аутсорсинг ( $k$  – число изделий переданных в аутсорсинг), т.е. их теперь ( $J - k$ ).

*Шаг 5.* На этом этапе для расчета производственной программы можно воспользоваться моделью дополнительных производственных способов (14)–(18), что даст определенный рост выпуска продукции. Для конкретной компании, во-первых, может быть другая последовательность шагов, во-вторых, не все шаги будут использованы.

используя как внутренние, так и внешние факторы развития.

Определены те экономико-математические модели, которые могут использоваться именно для данного направления наращивания мощности компании.

Предложена методика последовательности расчетов по выбранным моделям, которая позволяет согласовать комплексное решение, максимизирующее мощность компании.

## ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИКИ

Компания выпускает три изделия: изделие 1Б81 – внутренний полуфабрикат; изделие 1Б92 – одновременно и полуфабрикат, и готовое изделие; изделие 1П71 – готовый продукт. Информация о внутривозвратном обороте продукции приведена в табл. 1.

Основные экономические показатели и показатели потребления ресурсов, а также их наличие приведены в табл. 2.

## ВЫВОДЫ

Рассмотрен системный подход к комплексному решению насущной проблемы развития компании за счет роста мощностей,

Таблица 1  
Внутривозвратный оборот продукции

| Входимость полуфабрикатов в изделия |      | Изделия, шт. |      |      |
|-------------------------------------|------|--------------|------|------|
|                                     |      | 1Б81         | 1Б92 | 1П71 |
| Изделия                             | 1Б81 | –            | 2    | 1    |
|                                     | 1Б92 | –            | –    | 1    |
|                                     | 1П71 | –            | –    | –    |

Таблица 2  
Технико-экономические показатели компании

| Виды работ               | Изделия |        |        | Фонды времени, маш. /час |
|--------------------------|---------|--------|--------|--------------------------|
|                          | 1Б81    | 1Б92   | 1П71   |                          |
| Токарные, маш./ч         | 181,4   | 652    | 312,6  | 38 700                   |
| Расточные, маш./ч        | 33,9    | 320    | 110    | 14 940                   |
| Фрезерные, маш./ч        | 51,5    | 304    | 137,5  | 14 940                   |
| Шлифовальные, маш./ч     | 55,9    | 176    | 87,2   | 11 340                   |
| Цена, тыс. р.            | –       | 23 000 | 39 000 | –                        |
| Спрос, шт.               | –       | 20     | 40     | –                        |
| Заказ, шт.               | –       | 10     | 0      | –                        |
| Валовая прибыль, тыс. р. | –       | 2800   | 6800   | –                        |



*Шаг 1.* Запишем числовую модель расчета производственной программы с учетом внутривозвратного оборота продукции (модель (1)–(8)).

*Ограничения:*

- по внутрипроизводственному потреблению

$$x_1 - 2x_2 - x_3 - 0y_1 = 0,$$

$$x_2 - 0x_1 - 0x_2 - x_3 - y_2 = 0,$$

$$x_3 - 0x_1 - 0x_2 - 0x_3 - y_3 = 0;$$

- по оборудованию

$$181,4x_1 + 652x_2 + 312,6x_3 \leq 38\,700,$$

$$33,9x_1 + 320x_2 + 110x_3 \leq 14\,940,$$

$$51,5x_1 + 304x_2 + 137,5x_3 \leq 14\,940,$$

$$55,9x_1 + 176x_2 + 87,2x_3 \leq 11\,340;$$

- по спросу

$$x_2 \leq 20, x_3 \leq 40;$$

- по заказу

$$x_2 \geq 10.$$

*Критерии:* максимум валовой прибыли:

$$2800x_2 + 6800x_3 \rightarrow \max,$$

где  $x_1$ :  $x_3$  – объем производства изделий, шт.;

$y_1$ :  $y_3$  – объем продаж изделий, шт.

В результате решения по этой модели получены следующие данные (табл. 3 и 4).

Анализ результатов показывает: чтобы произвести 10 готовых изделий 1Б92 и 18 готовых изделий 1П71, необходимо изготовить 74 единицы полуфабриката 1Б81 и 18 единиц изделия 1Б92 в виде полуфабриката. Продажа 10 готовых изделий 1Б92 и 18 единиц готовых изделий 1П71 приносит компании 932 млн р. дохода и 150,4 млн р. валовой прибыли, загрузка ресурсов при этом близка к 100%.

Однако спрос на изделие 1Б92 удовлетворен только на 50%, а на изделие 1П71 – на 45%. Возникает вопрос: нельзя ли расширить возможности ресурсов, чтобы в большей степени удовлетворить спрос?

*Шаг 2.* Воспользуемся соотношением (7) и моделью (10)–(13). Вначале рассчитаем производство продукции в соответствии со спросом: изделие 1П71 – 40 единиц, изделие 1Б92 – 20 единиц в виде готовой продукции + 40 единиц в виде полуфабриката = 60 единиц, полуфабрикат 1Б81 – 2 × 60 единиц для 1Б92 + 40 единиц для 1П71 = 160.

Следовательно, чтобы полностью удовлетворить спрос нужно изготовить 160 единиц изделия 1Б81, 60 единиц изделия 1Б92 и 40 единиц 1П71.

Соотношение (7) в числовом виде выглядит следующим образом:

$$181,4 \times 160 + 652 \times 60 + 312,6 \times 40 - 38\,700 = 41\,948,$$

Таблица 3

Производственная программа

| Изделия        | 1Б81, $x_1$ | 1Б92, $x_2$ | 1П71, $x_3$ | 1Б81, $y_1$ | 1Б92, $y_2$ | 1П71, $y_3$ | Валовая прибыль, тыс. р. | Объем реализации, тыс. р. |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|---------------------------|
| Программа, шт. | 74          | 28          | 18          | 0           | 10          | 18          | 150 400                  | 932 000                   |

Таблица 4

Использование ресурсов и удовлетворение спроса

| Виды работ                | Токарные | Расточные | Фрезерные            | Шлифовальные |
|---------------------------|----------|-----------|----------------------|--------------|
| Использование ресурсов, % | 96       | 90        | 99                   | 94           |
| Изделия                   | 1Б92     | 1П71      |                      | 1П71         |
| Удовлетворение спроса, %  | 50       | 45        | Выполнение заказа, % | 100          |

$$33,9 \times 160 + 320 \times 60 + 110 \times 40 - 14940 = 14084,$$

$$51,5 \times 160 + 304 \times 60 + 137,5 \times 40 - 14940 = 17040,$$

$$55,9 \times 160 + 176 \times 60 + 87,2 \times 40 - 11340 = 11652.$$

В правых частях уравнения показана нехватка ресурсов для производства продукции, соответствующей спросу. Для передачи этой информации в технологическое подразделение запишем ее в виде табл. 5.

Информация по проектам совершенствования технологии производства технологического подразделения приводится в табл. 6.

Кроме того, известно, что компания выделила для реализации этих проектов 200 тыс. р. Запишем числовую модель для условий (10)–(13).

*Числовая модель выбора проектов.*

*Ограничения:*

- по «нехватке» ресурсов

$$12600 x_1 + 10000 x_2 + 4260 x_4 + y_1 = 41948,$$

$$2000 x_2 + 1000 x_3 + 2000 x_4 + y_2 = 14084,$$

$$6000 x_3 + 3000 x_5 + y_2 = 17040,$$

$$1000 x_1 + 2000 x_2 + 500 x_3 + 1500 x_4 + 1000 x_5 + y_4 = 11652;$$

- по инвестициям

$$40 x_1 + 50 x_2 + 45 x_3 + 40 x_4 + 55 x_5 \leq 200;$$

- на переменные

$$x_1: x_5 - \text{булевы (0 или 1)}, y_1: y_4 - \text{целые.}$$

*Критерий:* минимум отклонений

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \rightarrow \min.$$

В результате решения по этой модели получены следующие результаты (табл. 7 и 8).

Из пяти проектов, разработанных технологическими подразделениями, в решение попали первые четыре проекта, которые позволяют увеличить возможности ресурсов на величины, указанные в столбце «Дополнительные ресурсы»:

$$12600 + 10000 + 4260 = 26860,$$

$$2000 + 1000 + 2000 = 5000,$$

$$6000 = 6000,$$

$$1000 + 2000 + 500 + 1500 = 5000.$$

Это позволяет пересчитать модель (1)–(6), предварительно добавив в правые части размеры «дополнительных ресурсов». Результат пересчета приведен в табл. 8 и 9.

Анализ результатов показывает: чтобы произвести 10 готовых изделий 1Б92 и 28 готовых изделий 1П71, необходимо изготовить 104 единицы полуфабриката 1Б81 и 28 единиц изделия 1Б92 в виде полуфабриката.

Таблица 5  
«Нехватка» ресурсов

| Виды ресурсов        | «Нехватка» |
|----------------------|------------|
| Токарные, маш./ч     | 41948      |
| Расточные, маш./ч    | 14084      |
| Фрезерные, маш./ч    | 17040      |
| Шлифовальные, маш./ч | 11652      |

Таблица 6  
Проекты экономии ресурсов

| Ресурсы              | Проект 1 | Проект 2 | Проект 3 | Проект 4 | Проект 5 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Токарные, маш./ч     | 12600    | 10000    | –        | 4260     | –        |
| Расточные, маш./ч    | –        | 2000     | 1000     | 2000     | –        |
| Фрезерные, маш./ч    | –        | –        | 6000     | –        | 3000     |
| Шлифовальные, маш./ч | 1000     | 2000     | 500      | 1500     | 1000     |
| Инвестиции, тыс. р.  | 40       | 50       | 45       | 40       | 55       |

Таблица 7  
Модель выбора проектов

| Ресурсы              | Проект 1 | Проект 2 | Проект 3 | Проект 4 | Проект 5 | Дополнительные ресурсы |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| Токарные, маш./ч     | 12 600   | 10 000   | –        | 4260     | –        | 26 860                 |
| Расточные, маш./ч    | –        | 2000     | 1000     | 2000     | –        | 5000                   |
| Фрезерные, маш./ч    | –        | –        | 6000     | –        | 3000     | 6000                   |
| Шлифовальные, маш./ч | 1000     | 2000     | 500      | 1500     | 1000     | 5000                   |
| Переменные           | 1        | 1        | 1        | 1        | 0        |                        |

Таблица 8  
Производственная программа

| Изделия        | 1Б81, $x_1$ | 1Б92, $x_2$ | 1П71, $x_3$ | 1Б81, $y_1$ | 1Б92, $y_2$ | 1П71, $y_3$ | Валовая прибыль, тыс. р. | Объем реализации, тыс. р. |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|---------------------------|
| Программа, шт. | 104         | 38          | 28          | 0           | 10          | 28          | 218 400                  | 1 322 000                 |

Таблица 9  
Использование ресурсов и удовлетворение спроса

| Виды работ                | Токарные | Расточные | Фрезерные | Шлифовальные |
|---------------------------|----------|-----------|-----------|--------------|
| Использование ресурсов, % | 80       | 94        | 99        | 91           |
| Изделия                   | 1Б92     | 1П71      | –         | –            |
| Удовлетворение спроса, %  | 50       | 70        | –         | –            |

Продажа 10 готовых изделий 1Б92 и 28 единиц готовых изделий 1П71 приносит компании 1322 млн р. дохода (что в 1,4 раза больше по сравнению с первым вариантом) и 218,4 млн р. валовой прибыли (в 1,5 раза больше по сравнению с первым вариантом), использование ресурсов при этом близко к 100% по трем позициям.

Спрос при этом удовлетворен не полностью: на изделие 1Б92 – по-прежнему только на 50%, а вот на изделие 1П71 спрос вырос до 70%. Переходим к шагу 3.

*Шаг 3.* На этом этапе при наличии инвестиций можно воспользоваться моделью с ограничением (19)–(21), которая позволяет одновременно с вычислением производственной программы определить необходимое количество дополнительных ресурсов, которое компании целесообразно приобрести. При этом наличие ресурсов используется из рас-

чета производственной программы на втором шаге.

Для решения модели (19)–(21) необходима дополнительная информация. Фонд времени работы одного станка из любой группы равен 2800 маш./ч, а цена станка из любой группы равна 100 тыс. р.; компания выделила на приобретение дополнительных ресурсов 300 тыс. р. Запишем числовую модель.

*Ограничения:*

- по внутрипроизводственному потреблению

$$x_1 - 2x_2 - x_3 - 0y_1 = 0,$$

$$x_2 - 0x_1 - 0x_2 - x_3 - y_2 = 0,$$

$$x_3 - 0x_1 - 0x_2 - 0x_3 - y_3 = 0;$$

- по оборудованию

$$181,4x_1 + 652x_2 + 312,6x_3 - 2800z_1 \leq 65\,560,$$

$$33,9 x_1 + 320 x_2 + 110 x_3 - 2800 z_2 \leq 19940,$$

$$51,5 x_1 + 304 x_2 + 137,5 x_3 - 2800 z_3 \leq 20940,$$

$$55,9 x_1 + 176 x_2 + 87,2 x_3 - 2800 z_4 \leq 16340;$$

- на инвестиции

$$100 z_1 + 100 z_2 + 100 z_3 + 100 z_4 \leq 300;$$

- по спросу:

$$x_2 \leq 20, x_3 \leq 40;$$

- по заказу

$$x_2 \geq 10.$$

*Критерии:* максимум валовой прибыли

$$2800 x_2 + 6800 x_3 \rightarrow \max.$$

Результат пересчета приведен в табл. 10 и 11.

Анализ результатов показывает: чтобы произвести 10 готовых изделий 1Б92 и 33 готовых изделий 1П71, необходимо изготовить 119 единицы полуфабриката 1Б81 и 33 единицы изделия 1Б92 в виде полуфабриката.

Продажа 10 готовых изделий 1Б92 и 33 единиц готовых изделий 1П71 приносит компании 1517 млн р. дохода (что в 1,15 раза больше по сравнению со вторым вариантом) и 252,4 млн р. валовой прибыли (в 1,16 раза больше по сравнению со вторым вариантом), использование ресурсов при этом близка к 100% по трем позициям.

Спрос при этом удовлетворен не полностью: на изделие 1Б92 по-прежнему только на 50%, а вот по изделию 1П71 спрос вырос до 83%. Следовательно, переходим к шагу 4.

*Шаг 4.* Предположим, что компания может передать полуфабрикат 1Б81 на аутсорсинг компании, которая специализируется на производстве аналогичных изделиях. В этом случае у нашей компании освободится часть ресурсов, которые можно использовать для производства двух оставшихся изделий. Однако цена покупки возрастет на 10%, и, следовательно, валовая прибыль снизится на эту же величину.

Для решения воспользуемся моделью (1)–(8), только вместо трех изделий будет два. Результаты решения представлены в табл. 12 и 13.

Анализ результатов показывает: чтобы произвести 17 готовых изделий 1Б92 и 40 готовых изделий 1П71, необходимо изготовить 40 единиц изделия 1Б92 в виде полуфабриката. Продажа 17 готовых изделий 1Б92 и 40 единиц готовых изделий 1П71 приносит компании 1951 млн р. дохода (что в 1,29 раза больше по сравнению с шагом 3) и 263,2 млн р. валовой прибыли (в 1,04 раза больше по сравнению с шагом 3), загрузка ресурсов близка к 100% по двум позициям. Характерным моментом является сильный рост дохода (на 29%), однако валовая прибыль в связи с повышением цены на полуфабрикат 1Б81 выросла всего на 4%.

Таблица 10  
Производственная программа

| Изделия        | 1Б81, $x_1$ | 1Б92, $x_2$ | 1П71, $x_3$ | 1Б81, $y_1$ | 1Б92, $y_2$ | 1П71, $y_3$ | Валовая прибыль, тыс. р. | Объем реализации, тыс. р. |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|---------------------------|
| Программа, шт. | 119         | 43          | 33          | 0           | 10          | 33          | 252400                   | 1517000                   |

Таблица 11  
Использование ресурсов и удовлетворение спроса

| Виды работ                | Токарные | Расточные | Фрезерные                | Шлифовальные |
|---------------------------|----------|-----------|--------------------------|--------------|
| Использование ресурсов, % | 91       | 93        | 100                      | 88           |
| Изделия                   | 1Б92     | 1П71      | Изделия                  | 1П71         |
| Удовлетворение спроса, %  | 50       | 83        | Удовлетворение заказа, % | 100          |

Таблица 12  
Производственная программа

| Изделия        | 1Б92, $x_2$ | 1П71, $x_3$ | 1Б92, $y_2$ | 1П71, $y_3$ | Валовая прибыль,<br>тыс. р. | Объем реализации,<br>тыс. р. |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------------------|------------------------------|
| Программа, шт. | 57          | 40          | 17          | 40          | 263 200                     | 1 951 000                    |

Таблица 13  
Загрузка ресурсов и удовлетворение спроса

| Виды работ               | Токарные | Расточные | Фрезерные            | Шлифовальные |
|--------------------------|----------|-----------|----------------------|--------------|
| Загрузка ресурсов, %     | 76       | 100       | 96                   | 71           |
| Изделия                  | 1Б92     | 1П71      | Изделия              | 1П71         |
| Удовлетворение спроса, % | 85       | 100       | Выполнение заказа, % | 100          |

При этом спрос на изделие 1Б92 удовлетворен не полностью – на 85%, а по изделию 1П71 удовлетворение спроса достигло 100%.

*Вывод:* в результате решения системы моделей для улучшения удовлетворения спроса доход у компании вырос в 2,09 раза (1951/932), а валовая прибыль – в 1,75 раза (263,2/150,4); при этом спрос по одному изделию удовлетворен на 100%, а по второму – на 85%.

cow, Great Russian Encyclopedia, INFRA-M, pp. 146 (in Russian).]

## Список литературы / References

Герасимов Н.И. (1972). Планирование производственной программы машиностроительного предприятия. М.: Машиностроение. [Gerashimov N.I. (1972). Planning of the production program of machine-building enterprise. Moscow, Mechanical Engineering (in Russian).]

Данилин В.И. (1975). Экономико-математические модели годового планирования на предприятии. М.: Наука. [Danilin V.I. (1975). Economic-mathematical models of annual planning at the enterprise. Moscow, Nauka (in Russian).]

Данилин В.И. (2003). Загрузки оборудования задача // Экономико-математический энциклопедический словарь. М.: Большая Российская энциклопедия: ИНФРА-М. С. 146. [Danilin V.I. (2003). Loadings of the equipment task. *Economic-mathematical encyclopedic dictionary*. Mos-

cow, Great Russian Encyclopedia, INFRA-M, pp. 146 (in Russian).]  
Данилин В.И. (2005). Субподряд как частный случай аутсорсинга: методика и система моделей оценки эффективности // Экономическая наука современной России. № 4 (31). [Danilin V.I. (2005). Subcontract as special case of outsourcing: technique and system of models of assessment of efficiency. *Economics of Contemporary Russia*, no. 4 (31) (in Russian).]

Данилин В.И. (2006). Операционное и финансовое планирование в корпорации. Методы и модели. М.: Наука. [Danilin V.I. (2006). Operational and financial planning in corporation. Methods and models. Moscow, Nauka (in Russian).]

Данилин В.И. (2019). Система моделей горизонтального согласования плановых решений различными подразделениями компании // Экономика и математические методы. Т. 55. № 1. [Danilin V.I. (2019). System of models of horizontal coordination of planned decisions by various divisions of the company. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 55, no. 1 (in Russian).]

Календжян С.О. (2003). Аутсорсинг и делегирование полномочий в деятельности компаний. М.: Дело. [Kalendzhyan S.O. (2003). Outsourcing and delegation of powers in activity of the companies. Moscow, Delo (in Russian).]

Леонтьев В.В. (2006). Избранные произведения: в 3 т. Т. 1. Общеэкономические проблемы межотраслевого анализа. М.: Экономика. [Leontiev V.V. (2006). Selected works. In 3 vol. Vol. 1.

- General economic problems of inter-industry analysis. Moscow, Ekonomika (in Russian).]
- Сапиро Е.С., Гантман Ю.А. (1980). Пути совершенствования перспективного планирования технического развития промышленного объединения предприятия // Экономика и математические методы. Т. 16. Вып. 3. [Sapiro E.S., Gantman Yu.A. (1980). Ways of improvement of advance planning of technical development of industrial association of the enterprise. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 16, is. 3 (in Russian).]
- Титов В.В. (1981). Оптимизация принятия решений в управлении производством. Новосибирск: Наука. [Titov V.V. (1981). Optimization of decision-making in production management. Novosibirsk, Nauka (in Russian).]
- Мироносекский Н.Б. (1976). Моделирование процессов создания и выпуска новой продукции. Новосибирск: Наука. [Mironosetskiy N.B. (1976). Modeling of the new products' construction and production processes. Novosibirsk, Nauka (in Russian).]
- Шапиро Д. (2006). Моделирование цепи поставок. СПб.: Питер. [Shapiro D. (2006). Supply chain simulation. St. Petersburg, Peter (in Russian).]
- Шубкина И.П., Данилин В.И., Татаров В.А., Плещинский А.С. (1983). Экономико-математические модели в системе управления предприятиями М.: Наука. [Shubkina I.P., Danilin V.I., Tatarov V.A., Plechinski A.S. (1983). Economic-mathematical models in a control system of enterprises. Moscow, Nauka (in Russian).]

*Рукопись поступила в редакцию 27.05.2020 г.*

## THE COMPANY'S POWER GROWTH MODEL SYSTEM

*V.I. Danilin*

DOI: 10.33293/1609-1442-2020-4(91)-62-75

Vacheslav I. Danilin, Central Economic and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia  
danilinvi@mail.ru

When calculating the company's business plan, in many cases there is a problem of lack of resources to fully meet the demand for the company's products. In article (Danilin, 2019) the system of models of coordination of decisions between the leading divisions of the company was offered: production department, sales department, department of financial department. However, the production department was presented in this article only by one model, and technological services were absent. In this article more detailed system of models for production department when calculating the production program is offered, and agreeing on the decision with model of technological service. The calculation of the production program (the company's capacity) and its growth is possible due to several areas: a) the development by the technology departments of short-term projects aimed at the implementation of resource consumption standards; b) the development by technology departments of additional production methods for manufacturing products or services, along with the main; c) additional acquisition of resources through investment; d) outsourcing of domestic semi-finished products. There were special models for each area that would reduce the level of increase in the company's ability to meet the demand for its production. The purpose of the article was to show an opportunity to create a model system out of them, allowing them to maximize the capacity of the production company within the framework of the existing investment opportunities. The scientific novelty is to develop the meta-historical basis for the sequence of implementation of individual models and to harmonize them with each other to solve the problem. The example shows that the use of these directions in a certain sequence allows to increase the power of the company and as close as possible to 100% of the satisfaction of demand.

*Keywords:* production program, production program models, short-term technological projects, outsourcing, technological methods of manufacturing products, semi-finished and finished products, in-plant turnover.

*Classification JEL:* D24.

*Manuscript received 27.05.2020*