

[https://doi.org/10.33293/1609-1442-2025-28\(3\)-26-36](https://doi.org/10.33293/1609-1442-2025-28(3)-26-36)

EDN: CJANID



МЕТОД КОРРЕКТИРОВКИ НЕОДНОРОДНОСТИ ПАНЕЛЬНЫХ ДАННЫХ В МОДЕЛЯХ СЛОЖНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© Бабешко Л.О., 2025

Бабешко Людмила Олеговна, доктор экономических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт цифровых технологий, Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия;
ORCID: 0000-0002-7692-3894; eLibrary SPIN: 7233-2760; LBabeshko@fa.ru

Статья поступила: 06.05.2025, принята к печати: 29.07.2025

Оригинальная статья

Аннотация. Статья посвящена построению моделей для панельных данных, учитывающих влияние качественных признаков на эндогенную переменную. Эконометрическим инструментом, формализующим влияние качественных признаков, являются фиктивные переменные. Необходимость включения фиктивных переменных в эконометрические модели в последнее время диктуется структурными изменениями в экономике ряда стран, вызванными беспрецедентными западными санкциями и изменениями, связанными с пандемией. Цель исследования – построить и апробировать модели товарооборота России со странами БРИКС в рамках моделей для панельных данных, учитывающих влияние качественных (постоянных во времени) признаков на эндогенную переменную с применением метода декомпозиции фиксированных эффектов (FEVD). Метод FEVD обеспечивает более гибкую спецификацию модели, совмещая достоинства моделей с фиксированными и случайными эффектами, но не опираясь на жесткие допущения о некоррелированности индивидуальных эффектов и регрессоров, характерных для модели случайных эффектов. Это совмещение расширяет возможности панельного анализа в эконометрике и позволяет более точно моделировать влияние качественных факторов на эндогенную переменную. Задача исследования включает: построение эконометрических моделей для панельных данных для прогнозирования объемов товарооборота России со странами БРИКС; проведение спецификационных тестов этих моделей; повышение точности прогнозов в рамках метода FEVD, алгебраическую и эмпирическую проверку свойств оценок параметров метода. В результате проведена адаптация метода FEVD к специфике экономик стран БРИКС в условиях современных экономических вызовов. В качестве эмпирической базы использованы сбалансированные панельные данные по пяти странам БРИКС (Бразилия, Россия, Индия, Китай, ЮАР) за период 2000–2020 гг. Особое внимание уделено анализу воздействия макроэкономических показателей (ВВП, курс доллара, цена на нефть, пандемийный шок и др.) на товарооборот России со странами БРИКС. Метод FEVD позволил повысить точность результатов оценивания по сравнению с традиционной моделью с фиксированными эффектами. Исследование вносит вклад в эмпирическую базу оценки моделей с фиксированными эффектами методом FEVD.

Ключевые слова: модели для панельных данных, спецификационные тесты, модель с фиксированными эффектами, не изменяющиеся во времени переменные, декомпозиция вектора фиксированных эффектов, метод Плумпера–Трегера.

Классификация JEL: C51, C52, C53, F14.

Благодарность. Статья подготовлена по результатам исследований, выполненных за счет бюджетных средств по государственному заданию Финансовому университету при Правительстве РФ.

Для цитирования: Бабешко Л.О. (2025). Метод корректировки неоднородности панельных данных в моделях сложных экономических систем // Экономическая наука современной России. Т. 28. № 3. С. 26–36. [https://doi.org/10.33293/1609-1442-2025-28\(3\)-26-36](https://doi.org/10.33293/1609-1442-2025-28(3)-26-36). EDN: CJANID



METHOD FOR CORRECTING PANEL DATA HETEROGENEITY IN THE MODELS OF COMPLEX ECONOMIC SYSTEMS

© Babeshko L.O., 2025

Lyudmila O. Babeshko, Dr. Sci. (Economic), Professor, Institute of Digital Technologies, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia;
ORCID: 0000-0002-7692-3894; eLibrary SPIN: 7233-2760; LBabeshko@fa.ru

Received: 05/06/2025, Accepted: 07/29/2025

Original article

Abstract. The article is devoted to the construction of models for panel data that take into account the influence of qualitative features on the endogenous variable. Dummy variables are an econometric tool that formalizes the influence of qualitative features. The need to include dummy variables in econometric models was recently dictated by structural changes in the economies of a number of countries caused by unprecedented Western sanctions and changes associated with the pandemic. The aim of this study is to develop and empirically test a model of Russia's trade turnover with BRICS countries using panel data techniques that account for the impact of qualitative (time-invariant) factors on the endogenous variable, employing Fixed effects vector decomposition (FEVD) method. FEVD approach provides a more flexible model specification by combining the advantages of fixed and random effects models without relying on the strict assumption of zero correlation between individual effects and regressors, which is typical of random effects models. This enhances the capabilities of panel data analysis in econometrics and enables more accurate modeling of the influence of qualitative factors on the endogenous variable. The objectives of the study include: building models for panel data based on BRICS data, conducting their specification tests, implementing FEVD method algorithm in the R software environment, and algebraic and empirical verification of the properties of the method parameter estimates. The result of the work is adaptation of FEVD method to the specifics of BRICS economies in the context of modern economic challenges. Balanced panel data for five BRICS countries (Brazil, Russia, India, China, South Africa) for the period 2000–2020 were used as an empirical base. Particular attention is paid to the analysis of the impact of macroeconomic indicators (GDP, dollar exchange rate, oil price, pandemic shock, etc.) on Russia's trade turnover with BRICS countries. The FEVD method made it possible to increase the accuracy of the estimation results in comparison with the traditional fixed effects model. The study contributes to the empirical base for estimating fixed effects models using FEVD method.

Keywords: panel data models, specification tests, fixed effects model, time-invariant variables, fixed-effects vector decomposition, Plümer and Troeger method.

Classification JEL: C51, C52, C53, F14.

Acknowledgement. This article is based on research funded by the state assignment to the Financial University under the Government of the Russian Federation.

For reference: Babeshko L.O. (2025). Method for correcting panel data heterogeneity in the models of complex economic systems. *Economics of Contemporary Russia*. 2025;28(3):26–36. (In Russ.) [https://doi.org/10.33293/1609-1442-2025-28\(3\)-26-36](https://doi.org/10.33293/1609-1442-2025-28(3)-26-36). EDN: CJANID

ВВЕДЕНИЕ

Торгово-экономическое взаимодействие в рамках объединения БРИКС, включающего пять крупнейших развивающихся экономик мира, представляет собой важный фактор укрепления геоэкономических позиций его участников в текущей мировой конфигурации, а также обладает значительным потенциалом расширения¹. Разнообразие производственной специализации стран-членов формирует предпосылки для взаимовыгодного товарообмена, что указывает на необходимость количественного анализа и прогнозирования объемов двусторонней торговли, особенно в контексте транспортно-логистических инициатив, продовольственной безопасности и иных направлений стратегического взаимодействия Российской Федерации с партнерами по БРИКС.

В ряде эмпирических исследований в качестве инструментов анализа внешнеторговых потоков применяются эконометрические модели, включая структурную векторную авторегрессию (SVAR) и системы одновременных уравнений (СОУ). Так, использование модели SVAR в работе (Chaudhry, Nyder, 2012) позволило проанализировать влияние как внутренних, так и внешних шоков на динамику экспорта текстильной продукции из Пакистана.

В статье (Chen, 2009) исследуется взаимосвязь между внешней торговлей и экономическим ростом Китая с использованием модели системы одновременных уравнений. Автор анализирует данные об экспорте, импорте, ВВП и других макроэкономических показателей, демонстрируя взаимную зависимость между ростом внешнеторговой деятельности и экономическим развитием страны. Результаты подтверждают, что торговля играет значимую роль в стимулировании экономического роста. При этом модель выявляет обратное влияние экономического роста на торговлю. Исследование вносит вклад в эмпирическую базу для оценки эффекта открытости экономики и подчеркивает необходимость комплексной политики, учитывающей взаимное влияние торговли и экономического роста.

Модели СОУ, представленные в работах (Бывшев, 2022; Бабешко, Бывшев, 2025), описывают взаимосвязи между объемами внешней торговли Российской Федерации с отдельными странами БРИКС – Бразилией, Индией, Китаем и ЮАР – и макроэкономическими параметрами. Поведенческие уравнения СОУ описывают такую зависимость товарооборота каждой из стран-партнеров

с РФ и позволяют затем определять полный уровень внешнеторгового оборота России в виде тождества. В качестве объясняющих переменных используются лаговые значения товарооборота, валовой внутренний продукт России и стран-партнеров, мировые цены на нефть марки Brent, курс доллара США, а также бинарный показатель пандемического периода.

В настоящем исследовании для оценки и прогнозирования товарооборота между Российской Федерацией и странами БРИКС применяются модели для панельных данных, зарекомендовавшие себя как эффективный инструмент анализа во внешнеторговом контексте. Вопросы применения панельных эконометрических моделей в исследовании международной торговли рассматривались в ряде работ (Абакумова, Павловская, 2010; Радионова, Кулакова, 2015; Sellner, 2019). В частности, в исследовании Ю.Г. Абакумовой и С.В. Павловской анализируются торговые отношения Республики Беларусь со странами Европейского Союза с использованием моделей, включающих такие переменные, как валовой национальный продукт, официальный валютный курс, объемы экспортных поставок и географическое расстояние между столицами.

В работе М.В. Радионовой и А.М. Кулаковой оценка торговых потоков в рамках Евразийского экономического союза (ЕАЭС) осуществлялась с применением лог-линейной гравитационной модели с фиксированными эффектами. Особое внимание уделено решению проблемы нулевых значений при логарифмировании данных, что позволило повысить достоверность оценок на уровне отраслевой агрегации.

В исследовании (Sellner, 2019) представлены результаты моделирования на основе метода Монте-Карло, направленного на сравнительный анализ эффективности различных подходов к оценке последствий недискриминационных торговых политик (NDTP) в панельных гравитационных моделях. Рассмотрены модели с фиксированными эффектами (FE) методом Bonus–Vetus (модификация метода главных компонент), а также двухшаговая процедура с фиксированными эффектами (FE-2S). Полученные результаты свидетельствуют о том, что модель FE обеспечивает наименьшее смещение и состоятельность оценок при широком спектре допущений, особенно при расширении временного горизонта наблюдений.

Одним из ключевых преимуществ систем одновременных уравнений (СОУ) при моделировании товарооборота России со странами БРИКС является возможность учитывать в поведенческих уравнениях специфическое влияние макроэкономических факторов на объемы внешней торговли с каждой из стран. Это особенно важно в контексте существен-

¹ См.: Торговля в рамках БРИКС: потенциал и препятствия. URL: <https://tvbrics.com/news/torgovlya-v-ramkakh-brics-potentsial-i-prepyatstviya/#:~:text=БРИКС>

ных различий в структуре и динамике экономик стран БРИКС. Применение панельных моделей дополнительно расширяет информационную базу за счет совмещения временных и межгрупповых измерений, что способствует повышению точности оценок параметров и улучшению прогностических характеристик моделей. Однако интеграция данных по множеству стран в рамках единой модели ограничивает гибкость спецификации, снижая возможности ее адаптации к индивидуальным особенностям экономики отдельных государств.

Для эмпирического анализа и оценки эконометрических моделей панельных данных в настоящем исследовании использованы агрегированные статистические данные, основанные на материалах ежегодного отчета BRICS Joint Statistical Publication², а также представленные в работе (Бабешко, Бывшев, 2025).

Как подчеркивалось ранее, при формировании спецификаций эконометрических моделей для панельных данных, объединяющих различные страны, необходимо обеспечивать унификацию структуры уравнений. В рамках настоящего анализа использована сбалансированная панель, включающая четыре страны: Бразилию, Индию, Китай и ЮАР. Для каждой страны собраны годовые наблюдения за период с 2000 по 2020 г., что формирует следующую структуру выборки: $n = 4$ (число панелей), $T = 19$ (число наблюдений в каждой панели), $N = 76$ (объем панельной выборки).

В итоговую модель были включены только те переменные, которые продемонстрировали статистическую значимость на этапе предварительного анализа. К ним относятся: лаговые значения товарооборота стран участниц ($FT_{j,t-1}$), лаговый уровень ВВП России (YR_{t-1}), лаговый уровень ВВП остальных стран ($Y_{j,t-1}$), а также текущие цены на нефть марки Brent (Oil_t). Напротив, такие переменные, как текущий обменный курс доллара США и бинарный индикатор пандемии (принимающий значение 1 – для 2019–2020 гг. и 0 – для остальных лет), не продемонстрировали статистической значимости и были исключены из окончательной спецификации.

Ниже представлены результаты оценивания ключевых эконометрических моделей, построенных на основе описанной панельной структуры данных:

- объединенная модель (*pooled model*):

$$FT_{jt} = -1,427 + 0,824 FT_{j,t-1} + 0,002 Y_{j,t-1} - 0,007 YR_{t-1} + 0,140 Oil_t + e_{jt} ,$$

(1,715) (0,089) (0,00079) (0,0016) (0,035) (5,483)

$$R_{adj}^2 = 0,965, F = 515,516, t = 2001, \dots, 2019;$$

- модель с фиксированными эффектами (*fixed effects model, FE*):

$$FT_{jt} = -4,768 i_1 - 3,455 i_2 + 3,358 i_3 - 2,409 i_4 + 0,650 FT_{j,t-1} + 0,003 Y_{j,t-1} - 0,006 YR_{t-1} + 0,140 Oil_t + e_{jt} ,$$

(2,147) (2,025) (2,445) (1,988) (0,102) (0,0008) (0,002) (0,034) (5,242)

$$R_{adj}^2 = 0,976, F = 386,516, t = 2001, \dots, 2019,$$

где i_j – столбцы матрицы фиктивных переменных, $j = 1, \dots, 4$;

- модель со случайными эффектами (*random effects model, RE*):

$$FT_{jt} = -1,427 + 0,824 FT_{j,t-1} + 0,002 Y_{j,t-1} - 0,007 YR_{t-1} + 0,140 Oil_t + e_{jt} ,$$

(1,715) (0,089) (0,00079) (0,0016) (0,035) (5,242)

$$R_{adj}^2 = 0,965, F = 515,516, t = 2001, \dots, 2019.$$

Под оценками параметров представлены стандартные ошибки (в скобках), а под значениями остатков (e) указаны соответствующие стандартные ошибки моделей.

Модели с фиксированными эффектами были оценены с применением двухступенчатого подхода, реализованного в пакете `plm` программной среды R. Такой подход предполагает поэтапную идентификацию коэффициентов влияния и индивидуальных эффектов (Kleiber, Zeileis, 2008; Эконометрика (2025)).

При оценке параметров со случайными эффектами в моделях, включающих в качестве регрессоров переменные, не изменяющиеся по панелям (например, такие макроэкономические показатели, как обменный курс доллара США или цена на нефть), возникает проблема вычисления параметра корректировки переменных (θ) в рамках доступного обобщенного МНК (ДОМНК). Эта проблема обусловлена полной мультиколлинеарностью в межгрупповой регрессии, используемой для оценки указанного параметра.

В этом случае в функции `plm` параметр корректировки θ (по умолчанию) принимается равным нулю. Оценки параметров модели со случайными эффектами совпадают с оценками параметров объединенной регрессионной модели, что нашло отражение в стандартных формах оцененных моделей для панельных данных, приведенных выше. При этом стандартная ошибка модели со случайными эффектами ($\sigma_v = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_e^2}$) равна стандартной ошибке модели с фиксированными эффектами (σ_e).

Данные табл. 1 отражают итоги проведенного тестирования, направленного на выбор наилучшей спецификации модели в условиях панельной выборки.

² См.: BRICS Joint Statistical Publication, 2020: Brazil, Russia, India, China, South Africa. Moscow: Rosstat, 2020. 226 p.

Таблица 1. Итоги спецификационного тестирования

Сравниваемые модели	Спецификационный тест	Статистика теста (значение / p-value)
Pooled / FE	F-тест	F = 3,226; p-value = 0,028
Pooled / RE	Тест множителей Лагранжа	$\chi^2 = 1091e-06$; p-value = 0,999
RE / FE	Тест Хаусмана	$\chi^2 = 12,090$; p-value = 0,017

Проблема полной мультиколлинеарности, выявленная при построении модели со случайными эффектами по исследуемым в данной работе панельным данным, сказалась и на результатах спецификационного тестирования. Выбор осуществлялся только на основе сравнения объединенной модели с моделью с фиксированными эффектами. Как видно из данных табл. 1, модель с фиксированными эффектами демонстрирует статистически значимое преимущество, что позволило обоснованно принять ее в качестве предпочтительной. Указанный выбор представляется также экономически оправданным, поскольку в качестве панелей выступают макроэкономические показатели крупных национальных экономик, для которых индивидуальные фиксированные эффекты позволяют лучше учесть межстрановую неоднородность (Картаев, 2019).

Для учета влияния качественных признаков на эндогенную переменную в спецификацию эконометрических моделей включают фиктивные переменные (как постоянные, так и меняющиеся во времени). Однако в моделях с фиксированными эффектами включение фиктивных переменных, инвариантных во времени, невозможно вследствие проблемы полной мультиколлинеарности. В частности, в рамках модели FE невозможно включать переменные, характеризующие институциональные или структурные особенности таких стран, как, например, устойчивый уровень открытости Китая к глобальной торговле и инвестициям, способствующий притоку иностранного капитала и технологий (Бабешко, Харитонов, 2024), либо влияние прихода транснациональных корпораций, ориентированных на использование дешевой рабочей силы, что стало движущей силой ускоренного индустриального роста в Китае и Индии (Балыгин, Шайлиева, Цыпин, 2020).

Одной из ключевых проблем моделей с фиксированными эффектами является невозможность включения неизменных во времени переменных, поскольку они оказываются полностью мультиколлинеарными с индивидуальными эффектами, представленными в виде фиктивных переменных. Это приводит к потере идентифицируемости соответствующих коэффициентов, что требует привлечения альтернативных методов оценивания.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Модели с фиксированными эффектами и не изменяющимися во времени переменными: метод декомпозиции вектора фиксированных эффектов

В целях устранения проблемы неидентифицируемости оценок параметров, возникающей при включении в модели с фиксированными эффектами регрессоров, инвариантных по времени, Т. Плумпер и В. Трегер предложили оригинальный трехшаговый метод, получивший наименование метода декомпозиции фиксированных эффектов (fixed effects decomposition method, FEVD) (Plümper, Troeger, 2007). На первом шаге применения данного подхода проводится оценка базовой модели с фиксированными эффектами:

$$Y = D\mu + X\beta + \varepsilon_1,$$

где Y – $(nT \times 1)$ – вектор значений зависимой переменной; $D_{nT,n} = I_{n,n} \otimes I_T$ – матрица индивидуальных фиктивных переменных; $I_{n,n}$ – единичная матрица; I_T – $(T \times 1)$ -единичный столбец; $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_i, \dots, \mu_n)'$ – вектор параметров местоположения, отражающий ненаблюдаемые специфические особенности объектов; X – $(nT \times k)$ – матрица регрессоров; β – $(k \times 1)$ – вектор параметров влияния; ε_1 – $(nT \times 1)$ – вектор возмущений модели первого шага.

Оцененная модель принимает следующий вид:

$$Y = D\hat{\mu} + X\hat{\beta} + e_1, \quad (2)$$

где $\hat{\mu} = (\hat{\mu}_1, \dots, \hat{\mu}_i, \dots, \hat{\mu}_n)'$ – вектор оценок параметров местоположения; $\hat{\beta}$ – $(k \times 1)$ – вектор оценок параметров влияния; e_1 – $(nT \times 1)$ – вектор остатков модели первого шага.

На втором шаге строится регрессия полученных оценок параметров местоположения на набор переменных, включающих константу и бинарную фиктивную переменную $Z_n = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)'$, отражающую наличие или отсутствие постоянного во времени качественного признака, например, характеристики экономики, институциональные особенности, географическое положение ($z_i = 1$ при наличии признака; $z_i = 0$ – при отсутствии признака):

$$\hat{\mu} = W_n C_2 + \varepsilon_{2n}, \quad (3)$$

где $W_n = (i_n, Z_n)$ – матрица регрессоров инвариантных во времени, включающая единичный n -мерный столбец i_n ; C_2 – вектор параметров модели (3); ε_{2n} – $(n \times 1)$ – вектор возмущений модели второго шага.

После оценивания модели (3) получаем:

$$\hat{\mu} = W_n \hat{C}_2 + e_{2n}, \quad (4)$$

где $e_{2n} - (n \times 1)$ – вектор остатков модели второго шага. Таким образом, вектор индивидуальных эффектов разлагается на две части: объяснимую часть, связанную с неизменяющимися во времени регрессорами (Z_n), и не объясненную часть фиксированных эффектов, сохраняющую индивидуальные особенности экономических объектов (e_{2n}), которая не коррелирована с Z_n . В результате второго шага метода FEVD устраняется проблема мультиколлинеарности, связанная с включением в модель FE инвариантных во времени переменных.

Остатки модели

$$e_{2n} = \hat{\mu} - W_n \hat{C}_2, \quad (5)$$

и матрица регрессоров W_n масштабируются на всю панель при помощи матрицы D :

$$e_2 = D e_{2n}, \quad W = D W_n. \quad (6)$$

На *третьем шаге* полученный вектор остатков e_2 и матрица W используются в качестве дополнительных регрессоров в финальной расширенной модели:

$$Y = X \beta + W C_3 + \delta e_2 + \varepsilon_3, \quad (7)$$

где $\varepsilon_3 - (nT \times 1)$ – вектор возмущений модели (7) третьего шага. Расширенная модель включает как изменяющиеся во времени регрессоры, так и неизменяющиеся, а остатки второго шага добавлены для учета индивидуальной особенности (гетерогенности) панелей.

Оцененная модель имеет следующий вид:

$$Y = X \hat{\beta} + W \hat{C}_3 + \hat{\delta} e_2 + e_3, \quad (8)$$

где $e_3 - (nT \times 1)$ – вектор остатков модели третьего шага.

Таким образом, метод FEVD позволяет включать в спецификацию модели с фиксированными эффектами переменные, не изменяющиеся во времени, эффективно преодолевая проблему мультиколлинеарности. Он также повышает точность оценок коэффициентов и позволяет корректно интерпретировать влияние постоянных качественных признаков. Метод особенно полезен в макроэкономических и политэкономических исследованиях, где постоянные во времени переменные играют важную роль при моделировании наблюдаемой гетерогенности между странами или регионами.

Одним из убедительных примеров практического применения метода FEVD является исследование, посвященное оценке влияния институциональных факторов на склонность бизнеса уклоняться от уплаты налогов в странах с переходной экономикой (Abdixhiku, Pugh, Hashi, 2018). В частности, авторы акцентировали внимание на таких характеристиках, как высокий уровень коррупции в налоговых органах и замедленный темп институциональных реформ. Для эмпирического анализа были использованы данные международного опроса о деловом климате и деятельности предприятий (Business Environment and Enterprise Performance Survey, BEEPS) за 1999, 2002 и 2005 гг. Методологически исследование опиралось не только на стандартную регрессию с фиксированными эффектами, но и на применение алгоритма FEVD, что позволило корректно учесть влияние неизменяющихся во времени факторов.

Алгебраические особенности оценок параметров метода и теоретическое обоснование его применимости подробно представлены в ряде работ, включая исследования (Breusch et al., 2011; Chatelain, Ralf, 2021; Greene, 2011). В то же время в существующей прикладной литературе сравнительно редко встречается детальный разбор математических основ метода FEVD. В настоящем исследовании рассматриваются основные алгебраические результаты, полученные на основе доказательства, приведенного в работе (Greene, 2011).

1. Остатки моделей первого и третьего шагов совпадают для всех наблюдений:

$$e_1 = e_3. \quad (9)$$

Действительно, подставим остатки второго шага из (5) в оцененную модель (7) третьего шага:

$$\begin{aligned} Y &= X \hat{\beta} + W \hat{C}_3 + \hat{\delta} e_2 + e_3 = \\ &= X \hat{\beta} + W \hat{C}_3 + \hat{\delta} D e_{2n} + e_3 = \\ &= \hat{\delta} D \hat{\mu} + X \hat{\beta} + W \hat{C}_3 - \hat{\delta} W \hat{C}_2 + e_3 = \\ &= D \hat{\mu} + X \hat{\beta} + e_3, \end{aligned} \quad (10)$$

так как для константы $\hat{\delta}$ выполняется равенство проекторов:

$$\begin{aligned} N_D &= D(D'D)^{-1}D' = N_{\hat{\delta}D} = \\ &= (\hat{\delta}D) \left((\hat{\delta}D)' (\hat{\delta}D) \right)^{-1} (\hat{\delta}D)', \\ N_W &= W(W'W)^{-1}W' = N_{\hat{\delta}W} = \\ &= (\hat{\delta}W) \left((\hat{\delta}W)' (\hat{\delta}W) \right)^{-1} (\hat{\delta}W)'. \end{aligned}$$

Сравнение (10) с (2) доказывает (9).

2. Оценки параметров влияния в моделях первого и третьего шагов равны. Для доказательства этого свойства оценок параметров метода FEVD воспользуемся проекционной матрицей

$$M_D = I - N_D = I - D(D'D)^{-1}D',$$

для которой справедливо

$$M_D D = (I - N_D)D = 0, \quad M_D e_1 = e_1.$$

Умножим левую и правую части модели третьего шага (10):

$$\begin{aligned} Y &= X\hat{\beta} + W\hat{C} + \hat{\delta}D(\hat{\mu} - W_n\hat{C}) + e_3 = \\ &= X\hat{\beta} + D W_n\hat{C} + D(\hat{\mu} - W_n\hat{C})\hat{\delta} + e_3 \end{aligned}$$

на $X'M_D$:

$$\begin{aligned} X'M_D Y &= X'M_D X \hat{\beta} + X'M_D D W_n \cdot \hat{C} + \\ &+ X'M_D D(\hat{\mu} - W_n\hat{C})\hat{\delta} + X'M_D e_3 = \\ &= X'M_D X \hat{\beta} + X'M_D e_1, \end{aligned}$$

получим

$$X'M_D Y = X'M_D X \hat{\beta} + X'e_1$$

или

$$X'M_D Y = X'M_D X \hat{\beta}, \quad (11)$$

так как из модели первого шага (2) следует равенство $X'e_1 = 0$. Из равенства (11) получаются оценки параметров влияния, соответствующие отдельной процедуре их оценивания в модели первого шага (2):

$$\hat{\beta} = (X'M_D X)^{-1} X'M_D Y. \quad (12)$$

3. Оценки параметров модели второго шага равны соответствующим оценкам параметров модели третьего шага. Запишем (8) с учетом (9)

$$Y - X\hat{\beta} = W\hat{C}_3 + \hat{\delta}e_2 + e_1. \quad (13)$$

Умножая левую и правую часть (13) на W' , получим:

$$W'(Y - X\hat{\beta}) = W'W\hat{C}_3, \quad (14)$$

так как для моделей второго и третьего шагов $W'e_2 = 0$, $W'e_3 = 0$, а с учетом (9) $W'e_1 = 0$. Из формулы (14) находим МНК-оценку вектора параметров \hat{C}_3 модели третьего шага

$$\hat{C}_3 = (W'W)^{-1}W'(Y - X\hat{\beta}),$$

или, принимая во внимание (2),

$$\hat{C}_3 = (W'W)^{-1}W'D\hat{\mu}. \quad (15)$$

Из спецификации (4), умножив левую и правую части на матрицу D для растяжения данных до панельной выборки, найдем МНК-оценку вектора параметров модели второго шага:

$$D\hat{\mu} = DW_n\hat{C}_2 + De_{2n},$$

$$\hat{C}_2 = (W_n'D'DW_n)^{-1}W_n'D'D(\hat{\mu} - e_{2n}). \quad (16)$$

Раскрывая скобки в выражении (16), получим:

$$\hat{C}_2 = (W'W)^{-1}W'D\hat{\mu}, \quad (17)$$

так как $W_n'D'De_{2n} = W'e_2 = 0$. Формулы (15) и (17) доказывают справедливость п. 3.

4. Оценка параметра при вспомогательном регрессоре e_2 модели третьего шага равна единице (Greene, 2011):

$$\hat{\delta} = 1. \quad (18)$$

Рассмотрим оцененную спецификацию модели третьего шага:

$$Y - X\hat{\beta} - W\hat{C}_3 = \hat{\delta}e_2 + e_3, \quad (19)$$

которую перепишем с учетом полученных результатов:

- из модели (2) первого шага:

$$Y - X\hat{\beta} = D\hat{\mu} + e_1, \quad (20)$$

- из модели (5) второго шага:

$$W\hat{C}_2 = D\hat{\mu} - e_2, \quad (21)$$

а, поставив (20) и (21) в (19), получим:

$$D\hat{\mu} + e_1 - D\hat{\mu} + e_2 = \hat{\delta}e_2 + e_3$$

или с учетом равенства (9):

$$e_2 = \hat{\delta}e_2,$$

что доказывает равенство (18).

Т. Плумпер и В. Трегер (Plümper, Troeger, 2011) сопоставили характеристики и результаты применения моделей, использующих метод декомпозиции фиксированных эффектов (FEVD), с моделями, основанными на методологическом подходе Хаусмана–Тейлора (Hausman, Taylor, 1981), получившим широкое признание в эконометрической литературе и представляющим собой гибридный фиксированных и случайных эффектов. НТ-метод позволяет оценить коэффициенты при не изменяющихся во времени переменных (что невозможно в стандартной fixed effects модели) и минимизировать смещение, связанное с эндогенностью индивидуальных эффектов. Как отмечают авторы, метод FEVD обладает рядом преимуществ по срав-

нению с альтернативными способами – в случае моделей, включающих как переменные, изменяющиеся во времени, так и переменные, неизменные во времени.

ЭМПИРИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

FEVD сохраняет преимущества FE в контроле над неизмеряемыми индивидуальными эффектами, но дополнительно позволяет исследовать межгрупповую (межстрановую) структуру данных. Однако его применение требует осторожности в выборе спецификации при разделении фиксированных эффектов на объясненную и остаточную часть на втором шаге алгоритма. Вектор Z включает только переменные, различающиеся между странами, но не изменяющиеся (или изменяющиеся незначительно) во времени. Такие переменные позволяют отразить глубинные различия между панелями, которые не зависят от времени, но существенно влияют на структуру модели.

При моделировании товарооборота между странами в качестве таких переменных могут выступать институциональные и географические характеристики – независимые, как правило, не изменяющиеся во времени признаки, которые отражают устойчивые особенности страны и могут существенно влиять на экономическое поведение, включая макроэкономические показатели, торговлю, инвестиции и т.п. В контексте панельных моделей и метода FEVD они используются для объяснения различий между странами, которые не меняются год от года, но при этом важны для анализа. Эти характеристики могут объяснять, почему страны с похожими экономическими показателями демонстрируют разные темпы роста, уровни торговли или инвестиций. В качестве такой переменной (Z) на втором шаге применения метода выбрана фиктивная переменная, отражающая влияние доли промышленности в ВВП.

Эмпирические результаты первого шага процедуры FEVD представлены в стандартной форме (1). В табл. 2 сформированы выборочные данные для оценки модели (3) на втором шаге.

Таблица 2. Значения переменных модели на втором шаге

Страна	Оценки параметров местоположения	Z
Бразилия	-4,78619	0
Индия	-3,45528	0
Китай	3,357491	1
ЮАР	-2,40855	0

В столбцах табл. 2 приводятся значения эндогенной переменной модели на втором шаге

алгоритма FEVD (оценки параметров местоположения) и значения ее регрессора (фиктивной переменной), характеризующего устойчивые индивидуальные различия в доле промышленности в ВВП стран – партнеров БРИКС. Значение фиктивной переменной $z_3 = 1$ учитывает особенности восточноазиатской модели развития экономики Китая, которые существенно повлияли на высокий уровень доли промышленности в ВВП. Промышленность (особенно обрабатывающая) стала ядром экономического роста и в отдельные годы достигала более 40% ВВП. Хотя доля промышленности в ВВП Китая начала снижаться (в 2020 г. – около 37%, согласно данным Всемирного банка), она все еще выше, чем в большинстве крупных экономик.

Стандартная форма оцененной модели на втором шаге имеет вид:

$$\hat{\mu} = -3,550 + 6,907 \cdot Z_n, \quad R^2 = 0,926, \quad F = 25,200. \quad (22)$$

(0,689) (1,376)

Модель (22) для фиксированных эффектов модели (1) высокого качества статистически значима и имеет значимые оценки параметров. Это свидетельствует о сильном влиянии межстранового фактора Z на уровень устойчивого структурного различия (например, в торговом потоке). Стандартная ошибка регрессии ($\hat{\sigma} = 1,192$) показывает, что после учета фактора Z остаточная вариация между панелями все еще существует, но она становится существенно меньше, чем основное влияние переменной Z . Оценка параметра, отражающего влияние промышленной составляющей на структурные межстрановые различия (6,907), положительная, следовательно, страны с более высокой долей промышленности в структуре ВВП демонстрируют более высокие фиксированные эффекты, связанные с товарооборотом. То есть индустриально ориентированные экономики (например, Китай или Индия) имеют устойчиво более высокий уровень торговой активности, даже при прочих равных условиях.

Далее вычисляются остатки модели (22) и при помощи матрицы фиктивных переменных D по формулам (6) формируются вспомогательные регрессоры для модели третьего шага. Запишем стандартную форму оцененной модели (7) на третьем шаге:

$$FT_{jt} = -3,550 + 0,650 FT_{j,t-1} + 0,003 Y_{j,t-1} - 0,006 YR_{t-1} + 0,140 Oil_t + 6,907 Z_j + \frac{1}{(0,7667)} e_{2j} + \frac{e_{3jt}}{(5,203)}, \quad (23)$$

(1,7657) (0,1012) (0,00082) (0,0015) (0,0333) (2,4346)

$$R^2_{adj} = 0,968, \quad F = 383,161, \quad ESS = 1868,3.$$

Оцененная модель – высокого качества и демонстрирует статистическую значимость. Значение коэффициента при лаговом показателе товарооборота является положительным и статистически значимым, что указывает на наличие устойчивых динамических тенденций. Аналогично положительное и значимое значение коэффициента при лаговом значении ВВП подтверждает, что экономический рост в стране стимулирует расширение внешнеторгового оборота.

Рост российского ВВП ассоциирован со снижением товарооборота. Возможное объяснение – замещение импорта или изменение торговой структуры в сторону внутреннего потребления. Повышение цен на нефть приводит к росту товарооборота (это особенно важно для стран – экспортеров ресурсов).

Отрицательная (статистически значимая) оценка свободного члена в расширенной модели на третьем шаге метода FEVD, равная $-3,550$, указывает на наличие устойчивого отрицательного смещения в объемах товарооборота между странами даже при контроле над такими основными макроэкономическими факторами, как ВВП, цена нефти и лаговые значения торговли. Это смещение может быть интерпретировано как следствие существующих структурных ограничений и скрытых барьеров во внешней торговле, не поддающихся непосредственному измерению и не объясняемых переменными модели. Такие скрытые барьеры могут включать: институциональные ограничения торговли, таможенные и налоговые барьеры; низкий уровень развития логистической и транспортной инфраструктуры; низкую степень координации в тарифной политике между странами БРИКС; исторически слабую интеграцию в региональные и глобальные торговые сети; фрагментацию рынков и слабую институциональную совместимость экономических систем.

Эти ограничения формируют неблагоприятную стартовую торговую позицию, особенно для государств с переходной экономикой, и проявляются в виде негативного смещения базового уровня товарооборота. Таким образом, отрицательная величина свободного члена отражает начальное структурное отставание, которое не может быть устранено исключительно за счет экономического роста или колебаний цен на сырьевые ресурсы. Этот вывод согласуется с результатами эмпирических исследований торговых барьеров в странах БРИКС, указывающих на наличие непрозрачных процедур, бюрократических издержек и отсутствия институциональной гармонизации – существенных препятствий развитию торговых отношений (World Bank, 2020).

Анализ результатов оценивания модели (23) подтверждает эмпирически алгебраические свой-

ства оценок метода FEVD: остатки моделей (1) и (23) совпадают, поэтому и суммы квадратов остатков (ESS) также совпадают. Сравнение результатов оценивания моделей (1) и (23) подтверждает справедливость п. 2 и п. 3: оценки параметров влияния модели на первом шаге равны оценкам параметров влияния модели на третьем шаге; оценки параметров модели на втором шаге равны соответствующим оценкам параметров модели на третьем шаге.

Подтверждается также равенство единицы оценки параметра δ при вспомогательном регрессоре e_2 . Стандартная ошибка модели (23) меньше стандартной ошибки модели (1). Это объясняется разницей в числе степеней свободы.

В табл. 3 приводятся прогнозы товарооборота стран БРИКС (кроме РФ) на 2020 г. в зависимости от выбранных макроэкономических факторов, полученные на панельной выборке с 2000 по 2019 гг. при помощи модели с фиксированными эффектами методом FEDV, и реальный объем товарооборота России со странами-партнерами.

Таблица 3. Результаты прогнозирования внешнеторгового оборота РФ со странами БРИКС

Страна	Прогнозы	Фактические значения
Бразилия	-0,398	4,01
Индия	8,238	9,26
Китай	114,701	103,97
ЮАР	-4,912	0,98
Россия	117,629	118,22

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведена оценка эконометрической модели, описывающей взаимосвязь между товарооборотом Российской Федерации и странами БРИКС, представленной в виде системы одновременных уравнений (СОУ). Структурная форма СОУ включает четыре независимых поведенческих уравнения, моделирующих зависимость товарооборота России с Бразилией, Индией, Китаем и ЮАР от выбранных статистически значимых ключевых макроэкономических показателей. Совокупный внешнеторговый оборот Российской Федерации с партнерами определяется тождеством в данной системе. Оценка параметров поведенческих уравнений осуществлялась на основе моделей панельных данных. Проведенные тесты на выбор адекватной модели для панельных данных подтвердили целесообразность использования модели с фиксированными эффектами.

В целях корректного включения во временные ряды переменных, инвариантных по времени,

применен метод декомпозиции фиксированных эффектов (FEVD), предложенный в современной литературе. Полученные нами результаты подтверждают аналитические преимущества метода FEVD, а также демонстрируют его эмпирическую состоятельность. В частности, установлено, что использование данного подхода позволяет повысить точность оценок параметров по сравнению с традиционной моделью фиксированных эффектов. Однако для исследуемой модели повышение точности незначительно, так как число панелей небольшое, а число степеней свободы в FE-модели и FE-модели с фиктивной переменной неизменяющейся во времени отличается только на единицу. Чем больше в панельной выборке панелей, тем выше точность оцениваемых параметров методом FEVD. Так, в исследовании (Бабешко, Михалева, 2025) метод FEVD был применен для количественного анализа влияния объемов предоставленных кредитов на прибыльность коммерческих банков в России. В панельную выборку было включено 29 российских банков. Данные охватывают период исследования с 2012 по 2021 гг. В качестве фиктив-

ной переменной Z использовался показатель принадлежности банка к системно значимым. Метод FEVD позволил повысить точность оцениваемых параметров (по сравнению с классической моделью FE) в 2 раза.

Следует отметить, что в рамках настоящего исследования в состав панельной выборки были включены страны с существенно различающимися уровнями социально-экономического развития. Эмпирическая проверка гипотезы об их структурной однородности не нашла подтверждения, что обусловило ограниченные возможности индивидуального эффекта в улавливании скрытой гетерогенности. В исследовании (Бабешко, Бышев, 2025) при формировании поведенческих уравнений для каждой из стран БРИКС применялся индивидуализированный набор предопределенных переменных. Такой подход обеспечил более высокую степень соответствия модели выборочным данным, однако несколько уступил в точности прогнозирования модели, основанной на панельной структуре данных, что объясняется меньшим объемом используемой выборки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абакумова Ю.Г., Павловская С.В. (2010). Матричное моделирование двусторонних торговых отношений стран // Векторы внешнеэкономической деятельности / ред. совет: В.М. Руденков и др. Минск: Институт экономики НАН Беларуси. С. 71–382.
- Бабешко Л.О., Бышев В.А. (2025). Анализ стабильности модели прогнозирования объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС // Финансы: теория и практика. Т. 29. № 4. С. 129–145. DOI: 10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01
- Бабешко Л.О., Михалева М.Ю. (2025). Количественная оценка влияния объемов выданных кредитов на уровень прибыли коммерческих банков в России // Фундаментальные исследования. № 2. С. 23–35.
- Бабешко Л.О., Харитонов Д.А. (2024). Проверка адекватности модели товарооборота России и Китая методом Салкевера // Мягкие измерения и вычисления. Т. 84. № 11. С. 103–111. DOI: 10.36871/2618-9976.2024.11.008
- Балыгин М.Г., Шайлиева М.М., Цыпин А.П. (2020). Статистический анализ экономического развития стран БРИКС // Статистика и экономика. № 17 (2). С. 18–28.
- Бышев В.А. (2022). Прогнозирование объемов взаимной торговли между странами на базе макроэкономических показателей. Отчет о НИР в рамках ВТСК (Временный творческий студенческий коллектив). № 17.
- Картаев Ф.С. (2019). Введение в эконометрику: учебник. М.: МГУ. 472 с.
- Радионова М.В., Кулакова А.М. (2015). Моделирование взаимной торговли товарами между странами (на примере государств – членов ЕАЭС) в отраслевом раз-
- резе // Финансовая аналитика: проблемы и решения. № 34. С. 41–54.
- Эконометрика (2025). Эконометрика: учебник для вузов / под ред. И.И. Елисеевой. М.: Юрайт. 449 с.
- Abdixhiku L., Pugh G., Hashi I. (2018). Business Tax Evasion in Transition Economies: A Cross-Country Panel Investigation // The European Journal of Comparative Economics. Vol. 15 (1). Pp. 11–36.
- Breusch T., Ward M.B., Nguyen H.T.M. et al. (2011). On the Fixed-Effects Vector Decomposition // Political Analysis. Vol. 19 (2). Pp. 123–134.
- Chatelain J.-B., Ralf K. (2021). Inference on time-invariant variables using panel data: A pretest estimator // HAL+SHS Id: Halshs-01719835. URL: <https://shs.hal.science/halshs-01719835v2>
- Chaudhry A., Hyder K. (2012). A Structural VAR Analysis of Pakistan's Textile Export // Middle-East Journal of Scientific Research. Vol. 12 (4). Pp. 464–478.
- Chen H. (2009). The analysis of simultaneous multi equations model on the relationship between trade and economic growth in China // International Journal of Business and Management. Vol. 4 (1). Pp. 162–166. DOI: <https://doi.org/10.5539/ijbm.v4n1p162>
- Greene W. (2011). Fixed Effects Vector Decomposition: A Magical Solution to the Problem of Time Invariant Variables in Fixed Effects Models // Political Analysis. Vol. 19. Pp. 135–146.
- Hausman J.A., Taylor W.E. (1981). Panel data and unobservable individual effects. *Econometrica*, vol. 49, pp. 1377–1398.
- Kleiber C., Zeileis A. (2008). Applied Econometrics with R. New York: Springer. 232 p.

- Plümper T., Troeger V. (2007). Efficient Estimation of Time Invariant and Rarely Changing Variables in Finite Sample Panel Analyses with Unit Fixed Effects // *Political Analysis*. Vol. 15. Pp. 124–139.
- Plümper T., Troeger V. (2011). Fixed-Effects Vector Decomposition: Properties, Reliability, and Instruments // *Political Analysis*. Vol. 19 (2). Pp. 147–164. URL: <http://www.jstor.org/stable/23011259>
- Sellner R. (2019). Non-discriminatory Trade Policies in Panel Structural Gravity Models: Evidence from Monte Carlo Simulations // *Review of International Economics*. Vol. 27 (3). Pp. 854–887.
- World Bank. (2020). *World Development Report 2020: Trading for Development in the Age of Global Value Chains*. Washington (DC): World Bank.

REFERENCES

- Abakumova Ju.G., Pavlovskaja S.V. (2010). Matrix modeling of bilateral trade relations of countries. *Vectors of foreign economic activity*. Ed. by V.M. Rudenkov et al. Minsk: Institute of Economics of the National Academy of Sciences of Belarus. P. 71–382. (In Russ.)
- Babeshko L.O., Byvshev V.A. (2025). Analysis of the stability of the model for forecasting mutual volumes Russia's trade with BRICS partners. *Finance: Theory and Practice*, vol. 29, no. 4, pp. 129–145. (In Russ.) DOI: 10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01
- Babeshko L.O., Mikhaleva M.Yu. (2025). Quantitative assessment of the impact of the volume of loans issued on the profit level of commercial banks in Russia. *Fundamental Research*, no. 2, pp. 23–35. (In Russ.)
- Babeshko L.O., Kharitonov D.A. (2024) Checking the adequacy of the turnover model Russia and China by the Salkever method. *Soft measurements and computing*, vol. 84, no. 11, pp. 103–111. (In Russ.) DOI: 10.36871/2618-9976.2024.11.008
- Balyhin M.G., Shajlieva M.M., Tsy-pin A.P. Statistical Analysis of the Economic Development of the BRICS Countries // *Statistics and Economics*, no. 17 (2), pp. 18–28. (In Russ.)
- Byvshev V.A. (2022). *Forecasting mutual trade volumes between countries based on macroeconomic indicators*. Research report within the framework of the Temporary Creative Student Team (VTSK). No. 17. (In Russ.)
- Kartayev F.S. (2019). *Introduction to Econometrics*: Textbook. Moscow: Moscow State University. 472 p. (In Russ.)
- Radionova M.V., Kulakova A.M. Modeling of mutual commodity trade between countries (a case study of the Eurasian economic union member states per industry). *Financial Analytics: Science and experience*, no. 34, pp. 41–54. (In Russ.)
- Econometrics (2025). *Econometrics*: Textbook for Universities. Ed. by I.I. Eliseeva. Moscow: Yurayt. 449 p. (In Russ.)
- Abdikhiku L., Pugh G., Hashi I. (2018). Business Tax Evasion in Transition Economies: A Cross-Country Panel Investigation. *The European Journal of Comparative Economics*, vol. 15 (1), pp. 11–36.
- Breusch T., Ward M.B., Nguyen H.T.M., Kompas T. (2011). On the Fixed-Effects Vector Decomposition. *Political Analysis*, vol. 19 (2), pp. 123–134.
- Chatelain J.-B., Ralf K. (2021). Inference on time-invariant variables using panel data: A pretest estimator // *HAL+SHS Id*: Halshs-01719835. URL: <https://shs.hal.science/halshs-01719835v2>
- Chaudhry A., Hyder K. (2012). A Structural VAR Analysis of Pakistan's Textile Export. *Middle-East Journal of Scientific Research*, vol. 12 (4), pp. 464–478.
- Chen H. (2009). The analysis of simultaneous multi equations model on the relationship between trade and economic growth in China. *International Journal of Business and Management*, vol. 4 (1), pp. 162–166. DOI: <https://doi.org/10.5539/ijbm.v4n1p162>.
- Greene W. (2011). Fixed Effects Vector Decomposition: A Magical Solution to the Problem of Time Invariant Variables in Fixed Effects Models. *Political Analysis*, vol. 19, pp. 135–146.
- Hausman J.A., Taylor W.E. (1981). Panel data and unobservable individual effects. *Econometrica*, vol. 49, pp. 1377–1398.
- Kleiber C., Zeileis A. (2008). *Applied Econometrics with R*. New York: Springer. 232 p.
- Plümper T., Troeger V. (2007). Efficient Estimation of Time Invariant and Rarely Changing Variables in Finite Sample Panel Analyses with Unit Fixed Effects. *Political Analysis*, vol. 15, pp. 124–139.
- Plümper T., Troeger V. (2011). Fixed-Effects Vector Decomposition: Properties, Reliability, and Instruments. *Political Analysis*, vol. 19 (2), pp. 147–164. URL: <http://www.jstor.org/stable/23011259>
- Sellner R. (2019). Non-discriminatory Trade Policies in Panel Structural Gravity Models: Evidence from Monte Carlo Simulations. *Review of International Economics*, vol. 27 (3), pp. 854–887.
- World Bank. (2020). *World Development Report 2020: Trading for Development in the Age of Global Value Chains*. Washington (DC): World Bank.