
of anthropogenesis in various socio-economic systems. For this purpose, the author considers knowledge as an immaterial force in the processes of material transformation. The topic of subjectivity, the conditions of assembly and disintegration of the whole into parts, in which man acts as a super-complex quantum-mechanical observer of complexity, included in the synergistic flow of interweaving, are studied in detail. The method of synthesis of the systemic representation of the world and the provisions of the systemic economy, which is the main one in the work, allowed to formulate methodological additions for future economic research. In particular, a theoretical statement is developed that provides for the leveling of methodological subjectivism in the design of economic reality by a tetrad representation. The emerging term «tetrad thinking» is proposed to be used in scientific circulation together with the Man remaining in the economy and moving in a synergistic flow of increasing complexity. The above acts as a scientific novelty for this work. The author's view of spatio-temporal sweeps implies the presence of their center – a person who reflects and makes a choice. Human activity in the economy is analyzed from the standpoint of various types of scientific rationality. The «human» component is determined in the formation of new spatio-temporal «windows». The assertion about the insufficiency of the transfer of one information component in evolutionary theories is substantiated – the human ability to process chaos is also required not only in the creation of new economic worlds, but also in overcoming the anti-entropic leap in the existing hyper-complicated world. The provisions proposed in the work, aimed at improving the tools of the system economy, are limited by the breadth of the cognitive subject in economic reality. This creates prospects for further developments to search for the interrelations of knowledge forms with the boundaries of socio-economic systems and their stability.

Keywords: knowledge, economic thought, industrial revolution, globalization.

Classification JEL: B3, F64, N1, O33.

For reference: Varakin D.N. (2024). Human in Economics and Human Economics. *Economics of Contemporary Russia*, no. 4 (107), pp. 7–32 (in Russian). DOI: 10.33293/1609-1442-2024-4(107)-7-32; EDN: TJYMHO

Manuscript received 15.04.2024

ОБЕСЦЕНЕНИЕ МАШИН ПРИ СЛОЖНОМ ПУАССОНОВСКОМ ПРОЦЕССЕ ИХ ДЕГРАДАЦИИ

С. А. Смоляк

DOI: 10.33293/1609-1442-2024-4(107)-32-45

EDN: WNMWCZ

Аннотация. Машины, подвергающиеся деградации, широко изучаются в теории надежности. Однако построенные модели процесса деградации не удается применить для оценки рыночной стоимости подержанных машин. Мы решаем эту задачу, используя новую математическую модель процесса деградации. В этой модели состояние машины характеризуется интенсивностью переменных выгод (рыночная стоимость выполненных в малую единицу времени работ за вычетом переменной части операционных затрат). Деградация машины описана сложным пуассоновским процессом. В процессе эксплуатации машина подвергается скрытым отказам, возникающим с постоянной интенсивностью. После отказа операционные характеристики машины скачкообразно ухудшаются. В нашей модели принимается, что при этом интенсивность переменных выгод умножается на случайный понижающий коэффициент, имеющий степенное распределение. Указано предельное состояние машины – значение интенсивности переменных выгод, при достижении которого машину следует утилизировать. Установлена зависимость рыночной стоимости машины от ее состояния. Ею можно воспользоваться, если имеется возможность измерять приносимые машиной выгоды и известны рыночная стоимость новой машины и утилизационная стоимость машин. Гораздо чаще о подержанной машине оценщику известен только ее возраст. В этом случае можно воспользоваться ин-

© Смоляк С. А., 2024 г.

Смоляк Сергей Абрамович, доктор экономических наук, главный научный сотрудник, ЦЭМИ РАН, Москва, Россия; smolyak1@yandex.ru; eLibrary SPIN: 5831-7558; ORCID: 0000-0001-5287-4285

формацией о среднем сроке службы машин и коэффициенте вариации этого срока, позволяющей установить значения основных параметров модели. Однако машины одного возраста могут находиться в разных состояниях, поэтому здесь удастся только предложить формулы для оценки средней их стоимости. Построенная модель позволяет также учесть влияние инфляции путем надлежащей корректировки ставки дисконтирования.

Ключевые слова: рыночная стоимость, машины, выгоды, случайный процесс деградации, срок службы, групповая инфляция.

Классификация JEL: D46, D81.

Для цитирования: Смоляк С.А. (2024). Обесценение машин при сложном пуассоновском процессе их деградации // Экономическая наука современной России. № 4 (107). С. 32–45. DOI: 10.33293/1609-1442-2024-4(107)-32-45; EDN: WNMWCZ

ВВЕДЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Стоимостная оценка активов включает в себя оценку различных видов их стоимости в определенный момент времени (на дату оценки). Такая работа выполняется профессиональными оценщиками. Общие принципы стоимостной оценки и требования к результатам этой работы даются в Международных стандартах оценки (International Valuation Standards) и разрабатываемых на их основе национальных стандартах, например, (RICS Valuation; Единый национальный...). Основным видом стоимости активов является *рыночная стоимость* (РС). Определение этого понятия дается и подробно раскрывается в (International Valuation Standards). Отметим, что при отсутствии инфляции (а именно это мы будем предполагать, вплоть до раздела 5), РС актива от даты оценки не зависит.

Эта статья посвящена оценке РС таких активов, как машины. При этом далее, если не оговорено иное, речь пойдет о серийно про-

изводимых машинах вполне определенной марки (модели). Все новые (произведенные, но еще не введенные в эксплуатацию) машины данной марки идентичны. Такие машины продаются на первичном рынке, и оценка их РС не представляет особых трудностей. Подержанные машины продаются на вторичном рынке по сниженным ценам, существенно зависящим от технического состояния машины. Уменьшение РС подержанной машины по сравнению с РС аналогичной новой называется *обесценением* (depreciation), а отношение указанных стоимостей – коэффициентом/процентом годности¹. Поскольку оценщики не располагают приемлемыми измерителями технического состояния машин различного назначения, они чаще всего связывают коэффициент/процент годности с возрастом машины. Тем самым РС машины оценивается как средняя РС машин того же возраста, находящихся в различных состояниях. При этом необходимая оценщикам зависимость коэффициента годности от возраста становится, по существу, регрессионной. Имеется много подобных зависимостей, предложенных разными авторами (см., например, (Федотова и др., 2017; Гохберг, 2008; Асаул и др., 2011)). Часть из них ориентированы на оценку машин вполне определенного назначения, а в других не учитываются стохастика процесса эксплуатации машин. Очевидно, что для машин, различающихся по долговечности, динамика средних коэффициентов годности (СКГ) будет различной. Оказалось, что во многих случаях эта динамика определяется средним сроком службы (ССС) машин и коэффициентом вариации срока службы (КВСС) (Лейфер, 2008, 2023; Смоляк, 2017). Далее мы будем считать известными эти характеристики и обозначим их соответственно T и v . Отметим, что они играют важную роль при разработке национальных счетов разных стран, где используются цены активов, близкие к их

¹ Оценщики в РФ чаще используют дополнение коэффициента годности до единицы – коэффициент/процент обесценения.

РС. Однако в соответствующих публикациях (Erumban, 2008; Barth et al, 2016; Nomura, Suga, 2018) приводится информация о значениях T и v только для больших групп активов (например, для групп «Легковые автомобили» и «Автобусы и грузовики»). Оценивать ССС машин конкретной марки оценщикам приходится, применяя повышающие коэффициенты к амортизационному сроку их службы – некоторые рекомендации по установлению таких коэффициентов приведены в (Лейфер, 2023). Специалисты по надежности в основном изучают распределение наработки машин и их элементов до отказа. Получаемые результаты в сочетании с данными, принимаемыми в системах национальных счетов, позволяют дать рекомендации по оценке КВСС машин конкретных марок (Острейковский, 2003; Смоляк, 2021).

Как правило, машины проектируются для выполнения определенной работы (например, для сверления отверстий, окраски поверхностей или перемещения грузов). Как и (Смоляк, 2016, 2020; Аркин и др., 2006), мы понимаем под выгодами от эксплуатации машины в некотором периоде РС выполненных за этот период работ за вычетом соответствующих операционных затрат. Операционные затраты при этом мы подразделяем на постоянные (осуществляемые с постоянной интенсивностью) и переменные. В таком случае интенсивность приносимых машиной выгод выражается разностью $pW - C_s - C_v$, где p – РС единицы работ; W – производительность машины; C_s и C_v – интенсивность соответственно постоянных и переменных затрат. Аналогичную разность $z = pW - C_v$ назовем интенсивностью переменных выгод (ИПВ). Далее мы будем описывать ею состояние машины, а интенсивность выгод будем находить как разность $z - C_s$.

РС машины в состоянии z обозначим через $V(z)$. Состояние новой машины обозначим через z_0 , а ее РС $V(z_0) = V_0$ будем считать известной.

Назовем состояние машины *предельным*, если она не может эффективно ис-

пользоваться по назначению и подлежит утилизации. РС такой машины называется *утилизационной стоимостью* (УС). Она равна РС годных к дальнейшему использованию элементов машины за вычетом стоимости демонтажных работ. Некоторые практически применимые методы оценки УС изложены в (Ковалев, Беленичева, 2008). Отношение УС машины к РС аналогичной новой машины называется *относительной утилизационной стоимостью* (ОУС). Обычно она невелика и для машин разного назначения составляет 3–10% (А.П. Лейфером (Лейфер, 2023) приводятся иные данные). Мы будем считать, что для машин рассматриваемой марки известны и $УС = U$, $ОУС = u = U/V_0$. Неотрицательную разность $N(z) = V(z) - U$ между РС и УС машины в состоянии z назовем ее *чистой РС* (ЧРС). ЧРС новой машины² $V_0 - U$ обозначим через N_0 .

Заметим теперь, что машина в состоянии z при последующем использовании будет приносить выгоды с интенсивностью не больше $z - C_s$. Поэтому использовать по назначению машины в состояниях $z < C_s$ неэффективно, ибо они будут все время приносить отрицательные выгоды. Отсюда следует, что найдется состояние $b > C_s$ такое, что $V(z) = U$ при $z < b$ и $V(z) > U$ при $z > b$. При этом, конечно, $z_0 > b$.

Как уже говорилось, коэффициент годности машины (мы будем обозначать его k) – это отношение РС машины к РС аналогичной новой машины. Отношение ЧРС этих машин назовем *чистым коэффициентом годности* (ЧКГ) и будем обозначать k_n . Связь между этими коэффициентами известна (Смоляк, 2016) и вытекает из следующих равенств:

$$k = \frac{V}{V_0} = \frac{N+U}{V_0} = \frac{N_0 k_n + U}{V_0} = \frac{(V_0 - U)k_n + U}{V_0} = (1-u)k_n + u. \quad (1)$$

² В МСФО аналогичная разность именуется амортизируемой суммой.

Единого мнения о характере случайного процесса эксплуатации машин у специалистов не сложилось, и в теории надежности исследуют различные модели таких процессов. Однако основное внимание при этом уделяют лишь характеристикам надежности, что не позволяет использовать полученные результаты для стоимостной оценки машин. Это обуславливает необходимость разработки таких методов стоимостной оценки, которые учитывали бы влияние случайных факторов, но не требовали при этом слишком много исходной информации о них. Предлагается следующая модель процесса использования машины.

Система технического обслуживания позволяет поддерживать состояние машины неизменным. Однако время от времени происходят случайные скрытые отказы, после которых состояние машины случайно скачкообразно ухудшается. Поток отказов считается пуассоновским с интенсивностью h , так что вероятность отказа за малое время dt равна hdt .

На практике отказы могут быть различных типов, а вызываемые ими ухудшения состояния машины могут быть как незначительными, так и существенными. Мы описываем это моделью сложного пуассоновского процесса, в котором после отказа состояние машины ухудшается случайно (при простом пуассоновском процессе все скачки состояния одинаковы).

Принимается, что после отказа ИПВ z уменьшается и становится равной zx , где x – случайная величина, распределенная на отрезке $[0,1]$ с плотностью mx^{m-1} , $m > 1$. Тем самым после отказа ИПВ составит в среднем $m/(m+1)$ ее значения до отказа. Однако если после отказа машина перейдет в предельное состояние ($z < b$), что возможно с вероятностью $(b/z)^m$, то она утилизируется. Подобные отказы будем называть *фатальными* (в теории надежности их называют ресурсными), а все остальные – *простыми*.

Отметим, что некоторыми авторами (Аркин и др., 2006; Смоляк, 2020) рассматривались похожие модели деградации,

однако в них состояние машины после отказа изменялось не мультипликативно, а аддитивно. В то же время исследование предлагаемой модели мы проводим, используя ту же схему, что и в другой работе автора (Смоляк, 2020).

В следующем разделе 1, опираясь на сделанные предположения, мы выясним, как зависит РС машин от их состояния. В разделе 2 мы установим зависимость ССС и КВСС от параметров модели.

Поскольку процесс эксплуатации машины – случайный, то машины одного возраста могут иметь разную РС. Поэтому, зная возраст машины, можно оценить только среднюю РС машин того же возраста и соответствующий СКГ. Этому будет посвящен раздел 3. Упрощению и обобщению полученных результатов посвящены последние разделы статьи.

1. РС МАШИНЫ

Далее, как и более ранних работах автора (Смоляк, 2016, 2020), мы опираемся на упоминаемый в (International Valuation Standards) принцип ожидания выгод. Его можно сформулировать следующим образом.

РС машины на дату оценки равна *математическому ожиданию* суммы дисконтированных выгод от наиболее эффективного использования ее в течение прогнозного периода и ее РС в конце периода.

Если машина в состоянии z за малый период времени dt не откажет, она принесет выгоды в сумме $(z - C_s)dt$, сохранит свое состояние и в конце периода будет иметь прежнюю РС $N(z) + U$. Однако с вероятностью hdt может произойти отказ, и тогда машина либо перейдет в случайное состояние y , имеющее на отрезке $[0, z]$ плотность распределения $my^{m-1}z^{-m}$, либо с вероятностью $(b/z)^m$ будет утилизирована. Учитывая эти обстоятельства и в силу принципа ожидания выгод, имеем:

$$N(z) + U = (1 - hdt) \times \\ \times \left\{ (z - C_s) dt + (1 - rdt) [N(z) + U] \right\} + \\ + hdt \left\{ \int_b^z my^{m-1} z^{-m} [N(y) + U] dy + (b/z)^m U \right\}. \quad (2)$$

Отсюда получаем:

$$(h+r)N(z) - h \int_b^z my^{m-1} z^{-m} N(y) dy = \\ = z - C_s - rU.$$

При $z = b$ левая часть этого равенства обращается в ноль, поэтому

$$b = C_s + rU, \quad (3)$$

$$(h+r)N(z) - \\ - h m z^{-m} \int_b^z y^{m-1} N(y) dy = z - b. \quad (4)$$

Выясним экономический смысл равенства (3). Рассмотрим малый период времени dt в конце срока службы машины, когда машина находится в состоянии b . В этом периоде машина приносит выгоды в размере $(b - C_s) dt = rU dt$. Точно такие же дисконтированные выгоды можно было бы получить, утилизировав машину не в конце, а в начале периода, поскольку $U - (1 - rdt)U = rU dt$. Таким образом, равенство (3) означает, что выгоды, приносимые машиной в последнюю малую единицу времени, совпадают с упущенными выгодами от более ранней ее утилизации.

Для решения уравнения (4) обозначим $\int_b^z y^{m-1} N(y) dy = A(z)$. Тогда $N(z) = A'(z) z^{1-m}$, а (4) примет вид:

$$(h+r)A'(z)z^{1-m} - h m z^{-m} A(z) = z - b.$$

Решением такого уравнения с начальным условием $A(b) = 0$ будет:

$$A(z) = \frac{z^{m+1} - b^{\frac{m+1}{h+r}} \frac{hm}{z^{\frac{hm}{h+r}}}}{h+r+rm} - b \frac{z^m - b^{\frac{m}{h+r}} \frac{hm}{z^{\frac{hm}{h+r}}}}{rm}.$$

Дифференцируя это равенство и учитывая, что $N(z) = A'(z)z^{1-m}$, имеем:

$$N(z) = \frac{z}{h+r+rm} \left[m+1 - \frac{hm}{h+r} \left(\frac{b}{z} \right)^{\frac{rm}{h+r}+1} \right] - \\ - \frac{b}{r} \left[1 - \frac{h}{h+r} \left(\frac{b}{z} \right)^{\frac{rm}{h+r}} \right]. \quad (5)$$

2. ОСТАТОЧНЫЙ СРОК СЛУЖБЫ МАШИНЫ

Рассмотрим машину в состоянии z . Обозначим случайный остаточный срок ее службы (ОСС) через $\tau(z)$. Найдем характеристическую функцию моментов этой случайной величины – $\theta(p, z) = E[e^{p\tau(z)}]$, где E – символ математического ожидания. Заметим вначале, что при $z < b$ будет $\tau(z) = 0$ и $\theta(p, z) = 1$. Пусть теперь $z > b$.

Если за малый период времени dt машина не откажет, она сохранит свое состояние и в конце периода ее ОСС будет той же случайной величиной $\tau(z)$. Значит, в начале периода этот срок составлял $\tau(z) + dt$. Однако с вероятностью hdt может произойти отказ, и тогда машина либо перейдет в случайное состояние y , имеющее на отрезке $[0, z]$ плотность распределения $my^{m-1}z^{-m}$, либо с вероятностью $(b/z)^m$ будет утилизирована. Поэтому:

$$\theta(p, z) = E[e^{p\tau(z)}] = (1 - hdt) E[e^{p\tau(z) + pdt}] + \\ + hdt \left\{ \int_b^z E[e^{p\tau(y)}] my^{m-1} z^{-m} dy + (b/z)^m \right\} = \\ = \theta(p, z) - z^{-m} dt \left\{ (h-p)\theta(p, z) z^m - \right. \\ \left. - h \left[m \int_b^z \theta(p, y) y^{m-1} dy + b^m \right] \right\}.$$

Отсюда находим:

$$(h-p)\theta(p,z)z^m - h \int_b^z \theta(p,y)y^{m-1}dy + b^m = 0. \quad (6)$$

Для решения этого уравнения применим тот же прием, что и в конце предыдущего раздела. В результате получим, что при $z > b$

$$\theta(p,z) = \frac{h}{h-p} \left(\frac{z}{b}\right)^{\frac{pm}{h-p}}. \quad (7)$$

Но $\theta(p,z) = 1$ при $z < b$, поэтому правый предел функции $\theta(p,z)$ при $z \rightarrow b$ не совпадает с левым, равным единице. Разрыв функции в точке b легко объясняется. Действительно, если z немного больше b , то машина будет работать, по крайней мере, до следующего отказа, а среднее время работы до отказа равно $1/h$. Поэтому ОСС машины будет в среднем не меньше, чем $1/h$, тогда как, если z немного меньше b , то этот срок будет нулевым.

Из (7) вытекает, что

$$\varphi(p,z) = \ln \theta(p,z) = \ln \frac{h}{h-p} + \frac{pm}{h-p} \ln \left(\frac{z}{b}\right) \text{ при } z > b.$$

Среднее значение $T(z)$ и дисперсия $D(z)$ ОСС машины в состоянии z будут соответственно первой и второй производными по p от этой функции:

$$T(z) = \varphi'_p(0,z) = \frac{1+m \ln(z/b)}{h};$$

$$D(z) = \varphi''_{pp}(0,z) = \frac{1+2m \ln(z/b)}{h^2}. \quad (8)$$

Отсюда находится и коэффициент вариации ОСС машины $v(z)$:

$$v(z) = \frac{\sqrt{D(z)}}{T(z)} = \frac{\sqrt{1+2m \ln(z/b)}}{1+m \ln(z/b)}. \quad (9)$$

3. СРЕДНИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ГОДНОСТИ МАШИНЫ

Как говорилось в разделе 1, поддержанную машину обычно оценивают, опираясь на ее возраст, т.е. принимая ее РС на уровне средней цены машин того же возраста. Мы поступим аналогично. Сформируем группу $G_{z,t}$ машин, работающих на дату оценки, которые за время до этого находились в состоянии z , и обозначим $N(z,t)$ среднюю ЧРС таких машин. При этом ЧРС машин в состоянии z на дату оценки, обозначенная ранее через $N(z)$ и определяемая формулой (5), будет равна $N(z,0)$, так что $N(z,0) = N(z)$. Обратим внимание, что машины возраста t за время t до даты оценки были новыми, т.е. находились в состоянии z_0 . Поэтому нужная нам ЧРС этих машин будет равна $N(z_0,t)$,

Для нахождения неизвестной функции $N(z,t)$ установим связь между $N(z,t)$ и $N(z,t+dt)$.

У любой машины группы $G_{z,t+dt}$ ОСС не меньше, чем $(t+dt)$, и в малом периоде dt ее фатальный отказ невозможен, а тогда вероятность ее простого отказа составляет $hdt[1-(b/z)^m]$. После такого отказа состояние машины окажется случайной величиной y , имеющей плотность распределения $\frac{my^{m-1}z^{-m}}{1-(b/z)^m}$ на отрезке $[b,z]$, а сама машина окажется в группе $G_{z,y}$. Если же с вероятностью $1-hdt[1-(b/z)^m]$ простого отказа не произойдет, состояние машины не изменится, и она перейдет в группу $G_{z,t}$.

Поэтому среднюю ЧРС машин группы $G_{z,t+dt}$ можно выразить следующей формулой:

$$N(z,t+dt) = \left\{1-h[1-(b/z)^m]dt\right\} N(z,t) + h d t h \int_b^z \frac{m y^{m-1} z^{-m}}{1-(b/z)^m} N(y,t) dy.$$

Отсюда после простых преобразований находим:

$$\frac{\partial N(z, t)}{\partial t} = -\frac{hm}{z^m} \int_b^z y^{m-1} [N(z, t) - N(y, t)] dy. \quad (10)$$

Для численного решения этого уравнения с начальным условием $N(z, 0) = N(z)$ оно заменялось системой уравнений:

$$\begin{aligned} N(z, t) &= N(z) \exp \left[-h \int_0^t J(z, s) ds \right]; \\ N(z, t) &= N(z); \\ J(z, t) &= \frac{m}{z^m} \int_b^z y^{m-1} \left[1 - \frac{N(y, t)}{N(z, t)} \right] dy. \end{aligned} \quad (11)$$

Нетрудно убедиться, что $J(z, t) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow b$ так, что функция $J(z, t)$ – непрерывная при $z > b$.

Мы решали систему уравнений (11) методом итераций. Для получения первого приближения заменим во втором из уравнений (11) выражение $1 - N(y, t)/N(z, t)$ на линейную функцию $(z - y)/(z - b)$, принимающую те же значения в точках $y = z$ и $y = b$. Мы получим:

$$\begin{aligned} J(z, t) &\approx \frac{m}{z^m (z - b)} \int_b^z y^{m-1} (z - y) dy = \\ &= \frac{z}{(m + 1)(z - b)} \left\{ 1 - \left[1 + m \left(1 - \frac{b}{z} \right) \right] \left(\frac{b}{z} \right)^m \right\}. \end{aligned}$$

Очередные приближенные значения $N(z, t)$ и $J(z, t)$ на равномерной сетке точек (z, t) теперь находятся из уравнений (11) с помощью численного интегрирования.

Рассчитав $N(z, t)$, можно определить и соответствующие средние чистые коэффициенты годности (СЧКГ):

$$k_n(t) = N(z_0, t)/N(z_0, 0).$$

4. УЧЕТ ИНФЛЯЦИИ

Принятое ранее допущение об отсутствии инфляции нереалистично. Но, хотя государственные органы публикуют сведения об инфляции, их недостаточно для оценки машин конкретных марок. Здесь помогает анализ цен первичного рынка, позволяющий не только оценить фактический темп роста РС новых машин, но и дать прогноз этого темпа на ближайшую перспективу³. Однако повторить это для *подержанных* машин не удастся, поскольку все представленные на вторичном рынке машины находятся в разном техническом состоянии.

В то же время цены вторичного рынка зависят от цен первичного, и поэтому оценщики принимают, что и динамика цен здесь будет такой же, а коэффициент годности машины будет зависеть только от технического состояния машины, но не от даты оценки⁴. Такой характер изменения рыночных стоимостей другой работе автора (Смоляк, 2016) был назван *групповой инфляцией*. Под *темпом/индексом* групповой инфляции при этом понимается темп/индекс роста РС новых машин.

Чтобы очистить экономические показатели от влияния инфляции, их обычно делят на индекс инфляции, т.е., по существу, измеряют в *дефлированных* ценах. Для дисконтирования разновременных затрат и выгод при этом используют не номинальную, а *реальную* ставку. В нашей модели можно поступить так же, используя для дефлирования индекс груп-

³ При небольших объемах продаж машин оцениваемой марки сделать это не удастся и тогда приходится использовать сведения о ценах аналогичных машин других марок или даже других видов (например, ценовые индексы по соответствующей товарной группе, публикуемые органами государственной статистики).

⁴ Это позволяет использовать для оценки машин данные о ценах аналогичных машин в предшествующем периоде или ранее построенные зависимости СКГ от возраста.

повой инфляции. Нетрудно убедиться, что тогда дефлированные рыночные стоимости и интенсивности приносимых выгод машин будут зависеть только от их состояния, но не от даты оценки.

Теперь можно повторить вывод приведенных ранее формул, предполагая групповой характер инфляции с некоторым известным темпом i и измеряя все стоимостные показатели в дефлированных ценах. Легко проверяется, что при этом в расчетных формулах ставка дисконтирования r заменится на скорректированную, уменьшенную на темп групповой инфляции, $r_c = r - i$. Как отмечалось в (Смоляк, 2020), «такая ставка сходна с обычно используемой *реальной* ставкой по своему экономическому содержанию, но может отличаться по величине, ибо при определении реальной ставки вычитается темп общей инфляции в стране, который не обязательно совпадает с темпом роста цен на машины».

5. ПЕРЕХОД К УСЛОВНЫМ ЕДИНИЦАМ ИЗМЕРЕНИЯ

До сих пор неявно предполагалось, что время измеряется в годах, а стоимость – в рублях. Однако более удобным окажется принять за единицу времени (е.в.) ССС машины T , а единицу стоимости (е.с.) выбрать так, чтобы ИПВ новой машины (z_0) была равна единице.

Тогда для новой машины, у которой коэффициент вариации срока службы равен v , из (8) имеем:

$$1 = \frac{1 - m \ln b}{h}; \quad v = \frac{\sqrt{1 - 2m \ln b}}{1 - m \ln b}.$$

Отсюда вытекает, что

$$\begin{aligned} m \ln b &= -(v^{-2} - 1) - v^{-1} \sqrt{v^{-2} - 1}; \\ h &= 1 - m \ln b = \frac{1 + \sqrt{1 - v^2}}{v^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Кроме того, возраст машины (t), выраженный в е.в., теперь становится относительным возрастом (отношением возраста к среднему сроку службы). Такой показатель широко используется оценщиками при оценке обесценения машин (Федотова и др., 2018; Лейфер, 2008, 2023).

В условных единицах измерения ставка дисконтирования становится безразмерной величиной $\rho = rT$ – произведением скорректированной доналоговой ставки на средний срок службы машины. Но, как показывают расчеты, скорректированная доналоговая ставка дисконтирования обычно составляет от 0,03 до 0,13 год⁻¹, поэтому $\rho < 4,0$.

Теперь мы можем воспользоваться ранее полученными формулами, заменив в них r на ρ и приняв для новой машины $z = 1$.

В частности, формула (5) позволяет определить выраженные в е.с. ЧРС машины в состоянии z и новой машины:

$$\begin{aligned} N(z) &= \frac{z}{h + \rho + \rho m} \left[m + 1 - \frac{hm}{h + \rho} \left(\frac{b}{z} \right)^{\frac{\rho m}{h + \rho} + 1} \right] - \\ & - \frac{b}{\rho} \left[1 - \frac{h}{h + \rho} \left(\frac{b}{z} \right)^{\frac{\rho m}{h + \rho}} \right]; \\ N_0 &= N(1) = \\ &= \frac{1}{h + \rho + \rho m} \left[m + 1 - \frac{hm}{h + \rho} b^{\frac{\rho m}{h + \rho} + 1} \right] - \\ & - \frac{b}{\rho} \left[1 - \frac{h}{h + \rho} b^{\frac{\rho m}{h + \rho}} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Заметим теперь, что ЧРС новой машины составляет $V_0 - U = (1 - u)V_0$ рублей и N_0 е.с. Поэтому 1 руб. = $N_0 / [(1 - u)V_0]$ е.с. В частности, утилизационная стоимость машины в е.с. будет выражаться формулой $UN_0 / [(1 - u)V_0] = uN_0 / (1 - u)$. С учетом этого из формулы (3) вытекает следующее выражение для интенсивности постоянных затрат C_s :

$$C_s = b - \rho u N_0 / (1 - u) \text{ е.с./е.в.} \quad (14)$$

Предположим теперь, что владелец машины имеет возможность измерять (в рублях) приносимые ею выгоды и, значит, приближенно оценивать их интенсивность (ИВ, руб./год). Будем считать, что он может оценить величины B и B_0 – ИВ, приносимых соответственно оцениваемой и новой машинами. Тогда он может оценить и безразмерную *нормированную* интенсивность переменных выгод $z_n = \frac{B - rU}{B_0 - rU}$, отражающую превышение ИПВ над своим предельным значением по отношению к такому же превышению для новой машины.

Входящая в формулу разность $B - rU$ отражает выгоды, приносимые машиной в малую единицу времени за вычетом упущенной выгоды от утилизации машины в начале этого периода. Это позволяет именовать ее интенсивностью чистых выгод. В таком случае величина z_n отразит соотношение интенсивности чистых выгод рассматриваемой и новой машин.

Нетрудно убедиться, что $z_n = \frac{z - b}{1 - b}$,

так что $z = b + (1 - b)z_n$. При этом значение b , выраженное в е.с./е.в., можно найти по формуле (12). Это позволяет рассчитать ИПВ оцениваемой машины (z). Далее, используя формулу (13), можно рассчитать $N(z)$ и $N(1)$ и чистый коэффициент годности (ЧКГ) $k_n = N(z)/N(1)$,

после чего «настоящий» коэффициент годности определяется по формуле (1).

Впрочем, зависимость ЧКГ от нормированной интенсивности переменных выгод можно получить, подставив в (5) $z = b + (1 - b)z_n$. Зависимости $k_n(z_n)$ для нескольких сочетаний параметров v , m и ρ представлены на рис. 1–2. Значения b и h при этом определялись по формулам (12).

Как видим, с увеличением m значения ЧКГ немного снижаются, однако зависимость их от коэффициента вариации срока службы не монотонная.

Отметим также, что во всех случаях зависимость чистого коэффициента годности машины от нормированной интенсивности приносимых ею переменных выгод оказывается близкой к прямой пропорциональности. Это значит, что ЧРС машины изменяется примерно прямо пропорционально превышению ИВ машины над своим предельным значением rU (несколько более высокую точность дает степенная зависимость). Это частично оправдывает мнение ряда оценщиков о том, что в процессе эксплуатации РС машины снижается прямо пропорционально приносимым ею годовым доходам.

Рассмотренная выше ситуация встречается редко. Обычно оценивать приносимые машинами выгоды не удается, и оценивать машину приходится, зная только ее возраст

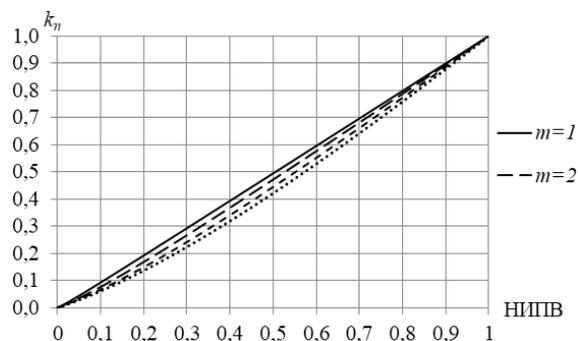


Рис. 1. Зависимость чистого коэффициента годности машины (k_n) от нормированной интенсивности приносимых ею переменных выгод для $\rho = 2,4$, $v = 0,6$ при разных m

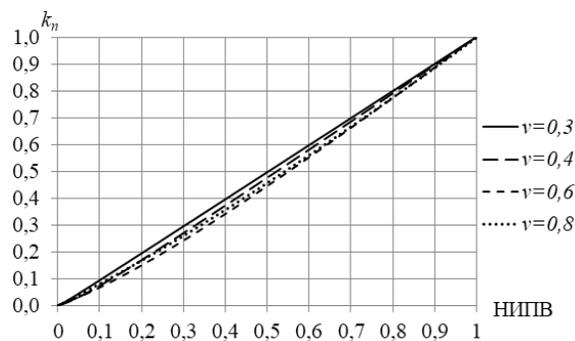


Рис. 2. Зависимость чистого коэффициента годности машины (k_n) от нормированной интенсивности приносимых ею переменных выгод для $\rho = 2,4$, $m = 4$ при разных v

и используя средний коэффициент годности (СКГ) машин соответствующего возраста. В нашей модели этот СКГ можно найти следующим образом.

Зная характеризующие машину параметры T , v , m и относительный возраст машины t (отношение ее возраста к среднему сроку службы), можно по формулам (12) оценить параметры модели b и h , затем решить уравнение (10) и рассчитать соответствующий средний чистый коэффициент годности (СЧКГ) $k_n(t) = N(1, t)/N(1)$. После этого настоящий СКГ определяется по формуле (1).

Зависимости СЧКГ от относительного возраста t при $\rho = 2,4$ и разных сочетаниях v и m представлены на рис. 3–5. Отметим, что

общий характер этих зависимостей примерно такой же, как и в моделях (Лейфер, 2008; Смоляк, 2017, 2020, 2021). Более того, хотя процесс деградации в данной модели устроен иначе, чем более ранних работах автора (Смоляк, 2017, 2020, 2021), но и в этом случае СЧКГ $k_n(t)$ мало зависят от безразмерной ставки дисконтирования (при изменении ее от 0,8 до 3,0 СЧКГ растут не более, чем на 0,02), но значительно растут с увеличением коэффициента вариации срока службы. Представляется, что оценщики и специалисты по надежности должны уделить большее внимание оценкам среднего значения и коэффициента вариации срока службы машин различного назначения.

Как видим, необходимые для оценки машины основные параметры случайного процесса ее использования удается рассчитать, опираясь на доступную для оценщиков информацию. Правда, это не относится к параметру m , определяющему «среднюю скорость деградации» (напомним, что интенсивность переменных выгод после каждого отказа составляет в среднем долю $m/(m + 1)$ от своего значения до отказа). По нашему мнению, значительная доля отказов машин (особенно молодых) не приводит к существенному ухудшению их характеристик (такими бывают незаметные для обслуживающего персонала скрытые отказы). Это примерно соответствует

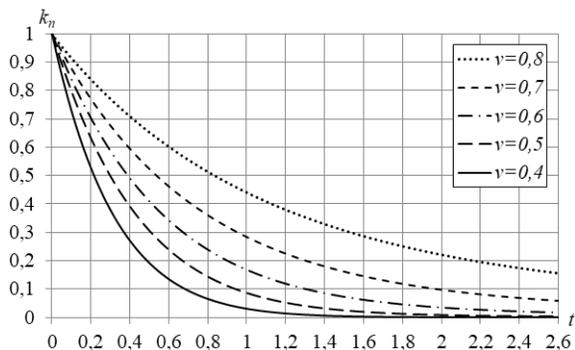


Рис. 3. Зависимости средних чистых коэффициентов годности от относительного возраста при $\rho = 2,4$, $m = 3$ и разных значениях v

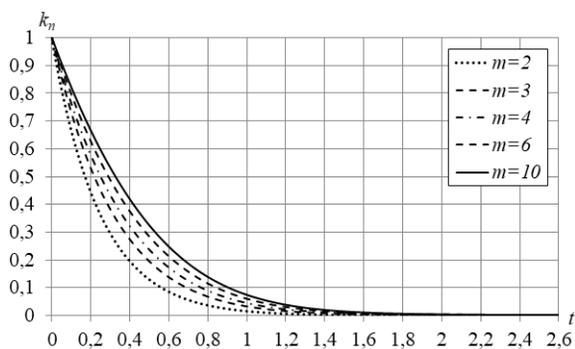


Рис. 4. Зависимости средних чистых коэффициентов годности от относительного возраста при $\rho = 2,4$, $v = 0,4$ и разных значениях m

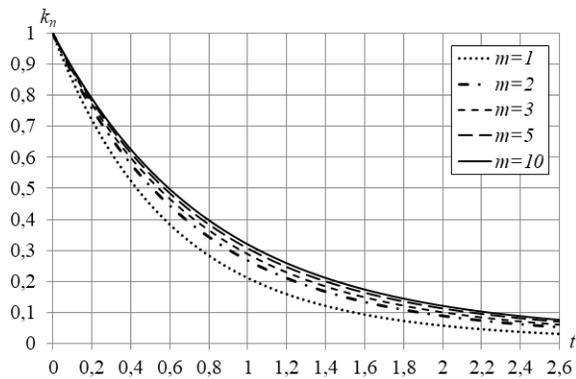


Рис. 5. Зависимости средних чистых коэффициентов годности от относительного возраста при $\rho = 2,4$, $v = 0,7$ и разных значениях m .

ситуации, когда $m > 5$. Однако поведение решения задачи в случаях, когда $m \rightarrow 0$ и $m \rightarrow \infty$, требует дальнейшего исследования⁵, да и вопрос о том, какая информация потребуется для оценки m , пока остается открытым.

6. ОЦЕНКА РС ВЫПОЛНЯЕМЫХ МАШИНОЙ РАБОТ

Мы уже говорили, что обычно владелец машины не может оценивать приносимые машиной выгоды. Однако возможны ситуации, когда он может это сделать, что позволит, с одной стороны, правильно выбирать момент утилизации машины, а с другой – оценивать ее более обоснованно. Приведем пример такой ситуации. Предположим, что владелец машины:

- может измерять операционные характеристики оцениваемой машины – производительность (W_0 , ед. работ/год) и интенсивность операционных затрат (C_0 , руб./год);
- знает операционные характеристики аналогичной новой машины, ее РС (V_0) и утилизационную стоимость машин данной марки (U);
- знает среднее значение (T) и коэффициент вариации (v) срока службы машин оцениваемой марки;
- знает доналоговую безрисковую ставку дисконтирования;
- знает значение параметра m , определяющего среднее ухудшение состояния машины после отказа;
- имеет информацию о динамике цен первичного рынка машин данной марки и может прогнозировать темп их роста на ближайшую перспективу.

⁵ Рис. 1, 4 и 5 дают основания считать, что при $m \rightarrow \infty$ функции $kn(t)$ имеют определенный предел, зависящий от коэффициента вариации срока службы v .

В таком случае он может (пусть и недостаточно точно) установить значение скорректированной ставки дисконтирования (r_c , год⁻¹) и аналогичной безразмерной ставки $\rho = r_c T$.

Для того чтобы в этой ситуации оценивать приносимые машиной выгоды, необходимо найти РС единицы выполняемых машиной работ (p). Покажем, как это можно сделать.

Рассмотрим интенсивность выгод, приносимых новой машиной. В обычных единицах измерения она составляет $pW_0 - C_0$ руб./год. В то же время она отличается от интенсивности чистых выгод на интенсивность постоянных затрат (см. раздел 1), т.е. равна $1 - C_s$ е.с./е.в. Но, как показано в разделе 5, 1 руб. = $N_0 / [(1-u)V_0]$ е.с., а 1 е.в. составляет T лет. Отсюда следует, что:

$$(pW_0 - C_0) \frac{TN_0}{(1-u)V_0} = 1 - C_s.$$

Подставляя в это равенство $C_s = b - \rho u N_0 / (1-u)$ из формулы (14), мы найдем:

$$(pW_0 - C_0) \frac{TN_0}{(1-u)V_0} = 1 - b + \frac{\rho u N_0}{1-u}.$$

Отсюда после преобразований получаем:

$$\begin{aligned} p &= \frac{C_0}{W_0} + \frac{V_0}{TW_0} \left[\frac{(1-u)(1-b)}{N_0} + \rho u \right] = \\ &= \frac{C_0}{W_0} + \frac{(V_0 - U)(1-b)}{TW_0 N_0} + \frac{r_c U}{W_0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Входящие сюда параметры b и N_0 при этом определяются по формулам соответственно (12) и (13).

Из формулы (15) видно, что РС единицы выполняемых машиной работ (p) включает в себя три слагаемых. Первое отражает удельные (на единицу работ) операционные затраты новой машины, второе можно трактовать как своеобразно исчисленную удельную чистую амортизацию (уменьшение чистой стоимости), по ставке, зависящей от параме-

тров вероятностного процесса использования машины. Третье слагаемое при этом отражает удельную упущенную выгоду от утилизации машины.

Теперь, периодически измеряя производительность машины (W) и операционные затраты в единицу времени (C), можно оценивать (в руб./год) и приносимые машиной в единицу времени выгоды $pW - C$ и выяснять, не оказались ли они меньше своего предельного значения rU .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория стоимостной оценки машин нуждается в развитии. Одной из актуальных и практически значимых проблем здесь является разработка методов оценки рыночной стоимости подержанных машин, учитывающих вероятностный характер процесса их эксплуатации. Предлагается модель такого случайного процесса, задаваемая небольшим числом параметров, основанная на принципе ожидания выгод. В отличие от ряда аналогичных моделей, здесь удается одновременно учесть влияние утилизационной стоимости машин и наличие постоянных, не зависящих от состояния машины, затрат на ее содержание и эксплуатацию. При этом удается связать коэффициент годности машины с приносимыми ею выгодами (доходами). Однако порой оценить приносимые машиной выгоды затруднительно, и оценщики вынуждены связывать ее стоимость с возрастом. Поскольку у машин одного возраста техническое состояние может различаться, здесь можно оценить только средний коэффициент годности машин каждого возраста. Мы находим зависимость этого коэффициента от относительного возраста (отношения возраста машины к среднему сроку службы). Оказалось, что она практически не чувствительна к изменениям ставки дисконтирования, а во многом определяется параметрами случайного процесса эксплуа-

тации машин, прежде всего коэффициентом вариации срока их службы. При этом с увеличением этого коэффициента средние коэффициенты годности растут, а их снижение с ростом относительного возраста замедляется. Сходные результаты получены и при исследовании других вероятностных моделей процесса использования машин. В связи с этим представляется целесообразным уделять большее внимание изучению характеристик разброса сроков службы различных видов машин и оборудования.

Список литературы / References

- Аркин В.И., Слостников А.Д., Смоляк С.А. (2006). Оценка имущества и бизнеса в условиях неопределенности (проблема «хвоста» и «начала») // Аудит и финансовый анализ. Приложение. Сборник научных трудов, № 1. С. 81–92. [Arkin V.I., Slastnikov A.D., Smolyak S.A. (2006). Valuation of property and business under uncertainty (problems of the “tail” and “beginning”). *Audit and financial analysis. Application. Collection of scientific papers*, no 1, pp. 81–92 (in Russian).]
- Асаул А.Н., Старинский В.Н., Бездудная А.Г., Старовойтов М.К. (2011). Оценка машин, оборудования и транспортных средств. СПб.: ИПЭВ. [Asaul A.N., Starinskiy V.N., Bezdudnay A.G., Staroytov M.K. (2011). *Evaluation of machines, equipment and vehicles*. Saint Petersburg, IPER (in Russian).]
- Гохберг И.И. (2008). Некоторые аспекты оценки оборудования. Киев. [Gokhberg I.I. (2008). *Some aspects of equipment evaluation*. Kiev (in Russian).]
- Единый национальный стандарт оценки Республики Узбекистан. Приложение к приказу директора Агентства по управлению государственными активами Республики Узбекистан от 25 октября 2023 года № 01/11–14/29.
- Ковалев А.П., Беленичева А.А. (2008). Особенности оценки сильно изношенных машин и оборудо-

- вания // Оценочная деятельность. № 2. С. 45–51. [Kovalev A.P., Belenicheva A.A. (2008). Features of the valuation of severely worn-out machines and equipment. *Otsenochnaya Deyatel'nost*, no. 2, pp. 45–51 (in Russian).]
- Лейфер Л.А. (2008). Определение остаточного срока службы машин и оборудования на основе вероятностных моделей // Имущественные отношения в Российской Федерации. № 1 (76). С. 66–79. [Leifer L.A. (2008). [Determination of the remaining service life of machinery and equipment based on probabilistic models. *Property Relations in the Russian Federation*, no. 1 (76), pp. 66–79 (in Russian).]
- Лейфер Л.А. (ред.) (2023). Справочник оценщика машин и оборудования // Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования. 3-е изд. Н. Новгород: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки. 320 с. [Leifer L.A. (ed). (2023). Handbook of appraiser of machinery and equipment. *Correction factors and characteristics of the market of machinery and equipment*. 3rd ed. N. Novgorod: Volga Center for Methodological and Informational Evaluation. 320 p. (in Russian).]
- Острейковский В.А. (2003). Теория надежности: учебник для вузов. М.: Высшая школа. 463 с. [Ostreyskovsky V.A. (2003). Reliability Theory. Text-book. Moscow, Higher School (in Russian).]
- Смоляк С.А. (2016). Стоимостная оценка машин и оборудования. М.: Опцион. 377 с. [Smolyak S.A. (2016). *Machinery and equipment valuation*. Moscow, Option Publishing House (in Russian).]
- Смоляк С.А. (2017). О вероятностных моделях для оценки остаточного срока службы и износа машин и оборудования // Имущественные отношения в Российской Федерации. № 2 (185), с. 75–87. [Smolyak S.A. (2017). On probabilistic models for assessing the residual life and wear of machinery and equipment. *Property relations in the Russian Federation*, no. 2 (185), pp. 75–87 (in Russian).]
- Смоляк С.А. (2020). Пуассоновская модель деградации машин: применение к стоимостной оценке // Журнал Новой экономической ассоциации. № 4 (48). С. 63–84. [Smolyak S.A. (2020). The Poisson process of machinery degradation: Application to valuation. *Journal of the New Economic Association*, no. 4 (48), pp. 63–84 (in Russian).]
- Смоляк С.А. (2021). Оценка обесценения машин и оборудования с учетом положений системы национальных счетов // Труды Института системного анализа РАН. № 1. С. 44–54. [Smolyak S.A. (2021). Assessment of machinery and equipment depreciation using the method used in the systems of national accounts. *Proceedings of the Institute of the Systems Analyses of the Russian academy of sciences*, no. 1, pp. 44–54 (in Russian).]
- Федотова М.А., Ковалев А.П., Кушель А.А. и др. (2017). Оценка машин и оборудования: учебник. 2-е изд. М.: ИНФРА-М. 324 с. [Fedotova M., Kovalev A.P., Kushel A.A. et al. (2017). Machinery and Equipment Valuation: textbook. 2nd ed. Moscow, INFRA-M (in Russian).]
- Barth N., Cappelen Åd., Skjerpen T. et al. (2016). Expected service lives and depreciation profile for capital assets: Evidence based on a survey of Norwegian firms. *Journal of Economic and Social Measurement*, vol. 41, pp. 329–369.
- Erumban A.A. (2008). Lifetimes of machinery and equipment: Evidence from Dutch manufacturing. *Review of Income and Wealth*, series 54, no. 2, pp. 237–268.
- IVS (2022). Effective 31 January 2022. International Valuation Standards Council.
- RICS Valuation – Global Standards. Effective from 31 January 2022. Published by the Royal Institution of Chartered Surveyors (RICS).
- Nomura K., Suga Y. (2018). Measurement of depreciation rates using microdata from disposal survey of Japan. *The 35th IARIW General Conference*. Copenhagen, Denmark.

Рукопись поступила в редакцию 21.07.2024

DEPRECIATION OF MACHINERY AND EQUIPMENT DURING THE COMPLEX POISSON PROCESS OF THEIR DEGRADATION

S. A. Smolyak

DOI: 10.33293/1609-1442-2024-4(107)-32-45

EDN: WNMWCZ

Sergey A. Smolyak, Doctor of Economics, Chief Researcher, Central Economic and Mathematical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; smolyak1@yandex.ru; eLibrary SPIN: 5831-7558; ORCID: 0000-0001-5287-4285

Abstract. Machines undergoing degradation are widely studied in reliability theory. However, the constructed models of the degradation process cannot be applied to assess the market value of used equipment. We solve this problem using a new mathematical model of the degradation process. In this model, the condition of the machine is characterized by the intensity of variable benefits (the market value of the work performed in a small unit of time minus the variable part of the operating costs). The degradation of the machine is described by a complex Poisson process. During operation, the machine is subjected to hidden failures that occur with constant intensity. After failure, the operating characteristics of the machine are subjected to a deteriorating jump. In our model, it is assumed that in this case the intensity of the variable benefits is multiplied by a random decreasing coefficient having a power distribution. We specify the limit conditions of the machine in which it should be disposed of. We construct the dependence of the market value of the machine on its condition. It can be used if it is possible to measure the benefits of the machine, and the market value of the new machine and the scrap value of the machines are known. Much more often, the appraiser knows only about the age of used machine. In this case, he can use information about the average service life of the machines and the coefficient of variation of this service life. This information allows him to set the values of the main parameters of the model. However, machines of the same age may be in different states, and therefore it is only possible to offer formulas for estimating their average market value. The constructed model also makes it possible

to take into account the impact of inflation by properly adjusting the discount rate.

Keywords: market value, machinery and equipment, benefits, degradation random process, useful life, group inflation

Classification JEL: D46, D81.

For reference: Smolyak S.A. (2024). Depreciation of machinery and equipment during the complex Poisson process of their degradation. *Economics of Contemporary Russia*, no. 4 (107), pp. 7–45 (in Russian). DOI: 10.33293/1609-1442-2024-4(107)-32-45; EDN: WNMWCZ

Manuscript received 21.07.2024